

Aufgaben Serie 2 (2018/19)

(Einsendungen bis 5. November 2018 an Dr. Norman Bitterlich, Draisdorfer Str. 21, 09114 Chemnitz oder norman.bitterlich@t-online.de ¹)

Aufgabe 2-1. Es sollen Dreiecke mit zufällig ausgewählten Seitenlängen konstruiert werden. Mit einem Spielwürfel werden die Seitenlängen ermittelt, wobei die jeweils geworfene Augenzahl die Länge einer Seite in cm angibt.

Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass aus drei nacheinander gewürfelten Zahlen a , b und c ein Dreieck mit den Seitenlängen a cm, b cm und c cm konstruiert werden kann.

Hinweis: Wir nehmen an, dass die Augenzahlen 1, 2, 3, 4, 5 und 6 jeweils mit der Wahrscheinlichkeit $1/6$ gewürfelt werden.

(5 Punkte)

Aufgabe 2-2. Die Zahlen 12, 13 und 15 sind – in irgendeiner Reihenfolge – Maßzahlen zweier Seiten und der Höhe über der dritten Seite eines Dreiecks. Man ermittle den Flächeninhalt des Dreiecks.

(5 Punkte)

Aufgabe 2-3. Es sei $s = \sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}}$.

Man berechne s^2 und s^3 . Man untersuche, ob s rational ist und gebe in diesem Fall den rationalen Wert an!

(Hinweis: Die Wurzelwerte dürfen nicht durch Näherungswerte ersetzt werden.)

(6 Punkte)

Aufgabe 2-4. Es ist zu beweisen: In jedem Dreieck ist die Summe der Längen der Seitenhalbierenden kleiner als der Umfang des Dreiecks.

(6 Punkte)

(Hinweis: Von den folgenden beiden Aufgaben wird lediglich die Lösung mit der höher erreichten Punktzahl in der Gesamtbewertung berücksichtigt. Werden jedoch beide Aufgaben bearbeitet und beträgt die erreichte Punktzahl mehr als 8, wird ein Zusatzpunkt vergeben, bei mehr als 12 Punkten werden zwei Zusatzpunkte vergeben.)

Aufgabe 2-5A. Von einem Kreis sind zwei Punkte A und B und eine Tangente g gegeben. Man konstruiere den Kreis und gebe jeweils die Konstruktionsbeschreibung an, falls

¹ Der Empfang von elektronischen Einsendungen wird kurz mit Re: bestätigt. Erhalten Sie diese Bestätigung nicht, dann bitte zur Vermeidung von Datenverlusten nachfragen!

- (a) der Punkt A auf g liegt. (2 Punkte)
- (b) die Gerade durch A und B parallel zu g ist. (2 Punkte)
- (c) die Gerade durch A und B die Tangente g in einem Punkt S schneidet, der von A und B verschieden ist. (4 Punkte)

Aufgabe 2-5B.

- (a) Man zeige: Unter 52 natürlichen Zahlen gibt es stets zwei, deren Summe oder deren Differenz durch 100 teilbar ist. (2 Punkte)
- (b) In einem Quadrat mit der Seitenlänge 7 sind 51 Punkte markiert. Es ist zu zeigen, dass es unter diesen Punkten stets drei gibt, die im Inneren eines Kreises mit dem Radius 1 liegen. (2 Punkte)
- (c) In einem regelmäßigen Neuneck sei jede Ecke entweder rot oder grün gefärbt. Je drei Ecken des Neunecks bestimmen ein Dreieck. Ein solches Dreieck heiÙe rot bzw. grün, wenn seine Ecken alle rot bzw. alle grün sind. Man beweise, dass es bei jeder derartigen Färbung des Neunecks mindestens zwei verschiedene kongruente Dreiecke gleicher Farbe gibt. (4 Punkte)