Aufgaben Serie 1 (2017/18)

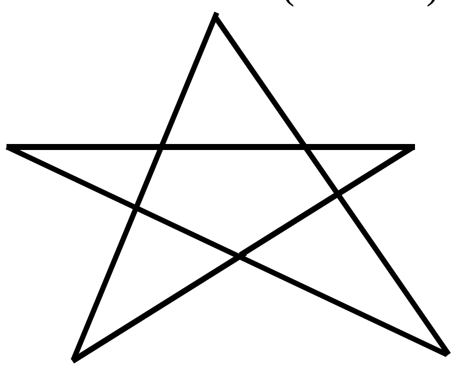
(Einsendungen bis 09. September 2017 an Dr. Norman Bitterlich, Draisdorfer Str. 21, 09114 Chemnitz oder norman.bitterlich@t-online.de [1])

Aufgabe 1-1.
Zwei Freunde A und B sitzen im Café, A hat ein Glas Milch und B eine Tasse Kaffee schwarz vor sich. A gibt einen Löffel voll Milch in die Tasse von B. Nachdem B umgerührt hat, gibt B einen Löffel (gleicher Größe) voll seines Kaffee-Milch-Getränkes in das Glas von A. Es ist zu entscheiden, ob anschließend A weniger, gleich viel oder mehr Kaffee in seiner Milch hat als B Milch in seinem Kaffee. Man begründe die Antwort!

(5 Punkte)

Aufgabe 1-2.
Man ermittle die Summe der Größen der Innenwinkel an den fünf Spitzen des dargestellten fünfzackigen Sterns!

(5 Punkte)



Aufgabe 1-3.
Gegeben sind zwei Dreiecke, das Dreieck *ABC* mit dem Flächeninhalt A_1 und das Dreieck *DEF* mit dem Flächeninhalt A_2. Man weise nach, dass man aus den beiden Dreiecken mit Hilfe geometrischer Grundkonstruktionen ein drittes Dreieck konstruieren kann, das den Flächeninhalt $A_1 + A_2$ hat.

(Hinweis: Es ist nachzuweisen, dass das konstruierte Dreieck die geforderte Eigenschaft besitzt). (6 Punkte)

Aufgabe 1-4.
Man zeige: Es gibt ein rechtwinkliges Dreieck *ABC*, dass sich in 5 untereinander kongruente und jeweils zum Dreieck *ABC* ähnliche Dreiecke zerlegen lässt (d.h. *ABC* ist ein fünfteiliges Gerücht). Man gebe die Seitenlängen des Dreiecks und die Zerlegung an.

(6 Punkte)

(Hinweis: Von den folgenden beiden Aufgaben wird lediglich die Lösung mit der höheren erreichten Punktzahl in der Gesamtbewertung berücksichtigt. Werden jedoch beide Aufgaben

---

[1] Die elektronische Zusendung wird nach Empfang mit „Re:“ bestätigt. Sollte diese Antwort innerhalb der folgenden Tage ausbleiben, empfiehlt es sich zur Vermeidung von Dateiverlusten nachzufragen.

bearbeitet und beträgt die erreichte Punktsumme mehr als 8, wird ein Zusatzpunkt vergeben, bei mehr als 12 Punkten zwei Zusatzpunkte.)

Aufgabe 1-5A.
Gegeben sei eine Reihe von 9 nummerierten Plätzen (1 bis 9). Schreibt man auf diese Plätze die Ziffern 1 bis 9 in beliebiger Reihenfolge *F* (jede Ziffer genau einmal) und bezeichnet die Summe aus den neun absoluten Differenzen von Platznummer und Ziffer auf dem Platz mit *U(F)*, so definiert *U(F)* einen Wert der Unordnung von *F*.

(a) Man finde eine Reihenfolge mit dem Unordnungswert 26.

(2 Punkte)

(b) Man beweise: Der Wert der Unordnung U ist stets eine gerade Zahl.

(2 Punkte)

(c) Man finde den maximalen Wert der Unordnung *U*, die unter diesen Bedingungen erreichbar ist.

(4 Punkte)

Aufgabe 1-5B.
Für das Produkt der ersten *n* natürlichen Zahlen schreibt man *n*! („*n*-Fakultät“):

$$n! = 1 \cdot \ldots \cdot n = \prod_{k=1}^{n} k$$

(a) Man finde die größte Zahl *k*, so dass 2018! durch 2018^k teilbar ist?

(2 Punkte)

(b) Man beweise, dass die Summe der Fakultäten zweier verschiedener Zahlen größer 1 keine Fakultätszahl ergibt, dass also die Gleichung $a! + b! = c!$ für $a > b > 1$ keine Lösungen *c* besitzt.

(2 Punkte)

(c) Man finde alle maximal dreistelligen Zahlen, die gleich der Summe der Fakultäten ihrer Ziffern sind.

(4 Punkte)