Hallo,

toll, dass du an der 1. Runde des diesjährigen LOGO-Korrespondenzzirkels teilgenommen hast. Darüber haben wir uns sehr gefreut. Bei der Punktevergabe wurde nicht nur das richtige Ergebnis im Antwortsatz bewertet. Auch für die Herleitung, die Begründung oder die Probe wurden Punkte vergeben.

Bewertung	**Teil A**				**Teil B**		
	A1	**A2**	**A3**	**A4**	**B1**	**B2**	**B3**
Deine Punktzahl							
Mögliche Punktzahl	**3**	**3**	**2**	**3**	**3**	**3**	**3**

Insgesamt sind 20 Punkte möglich!

Wir wünschen dir weiterhin viel Spaß und Erfolg beim Knobeln und Rechnen.
Es grüßt dich herzlich

Norman Bitterlich

Vergleiche nun deine Lösungen mit den folgenden Hinweisen.

****

Runde 1 **Vor dem Gartenfest** **Teil A**

Aufgabe 1 – Antwortsatz. Es sind 10 Stück Pflaumenkuchen, 16 Stück Apfelkuchen und 20 Stück Schokoladenkuchen.

Probe: Insgesamt sind es (10 + 16 + 20 =) 46 Stück Kuchen. Es sind doppelt so viele Stück Schokoladenkuchen wie Pflaumenkuchen (20 = 10 · 2) und 6 Stück Apfelkuchen mehr als Pflaumenkuchen (16 = 10 + 6).

Herleitung: Für eine vollständige Lösung musst du aufschreiben, wie du die Lösung gefunden hast. Solche Aufgaben kannst du mit Hilfe einer Tabelle lösen. Da in beiden Angaben Pflaumenkuchen eine Rolle spielt, kannst du systematisch probieren, ob es bei Erfüllung beider Bedingungen insgesamt 46 Stück Kuchen sind.

Stück Pflaumen-kuchen	Stück Schokoladen-kuchen	Stück Apfel-Kuchen	Gesamtzahl aller Kuchenstücke	Vergleich mit 46
8	$2 \cdot 8 = 16$	$8 + 6 = 14$	$8 + 16 + 14 = 38$	$38 < 46$
9	$2 \cdot 9 = 18$	$9 + 6 = 15$	$9 + 18 + 15 = 42$	$42 < 46$
10	$\mathbf{2 \cdot 10 = 20}$	$\mathbf{10 + 6 = 16}$	$\mathbf{10 + 20 + 16 = 46}$	$\mathbf{46 = 46}$
11	$2 \cdot 11 = 22$	$11 + 6 = 17$	$11 + 22 + 17 = 50$	$50 > 46$

Nur wenn es 10 Stück Pflaumenkuchen sind, werden alle Bedingungen der Aufgabe erfüllt. Eine zusätzliche Probe ist nicht erforderlich, weil sie in der Tabelle enthalten ist.

Lösungsvariante: Nimmst du zunächst 6 Stück Apfelkuchen weg, so sind es noch 40 Stück Kuchen. Diese 40 Stück kannst du nun in vier Teile aufteilen: 2 Teile mit Schokoladenkuchen, 1 Teil mit Pflaumenkuchen und 1 Teil mit Apfelkuchen. Somit sind in jeden Teil genau (40 : 4 =) 10 Stück. Nun musst du nur noch die zusätzlichen 6 Stück Kuchen wieder zum Apfelkuchen dazurechnen und du erhältst die Lösung.

Lösungsvariante: Du kannst die Lösung auch finden, wenn du eine Gleichung aufstellst. Wenn du die Stückzahl jeder Kuchensorte mit den Anfangsbuchstaben abkürzt, so findest du folgende Gleichungen:

$$S = 2 \cdot P \qquad A = P + 6 \qquad S + A + P = 46$$

Nun kannst du in der dritten Gleichung die beiden anderen Gleichungen einsetzen. Du erhältst eine Gleichung, in der nur die Variabel P vorkommt:

$$S + A + P = (2 \cdot P) + (P + 6) + P = 46$$

Es ist sicherlich nicht schwer, im mittleren Teil zusammenzufassen und dann den richtigen Wert für P zu finden:

$$4 \cdot P + 6 = 46, \quad \text{also} \quad P = 10.$$

Wenn du diesen Lösungsweg gewählt hast, darfst du die Probe nicht vergessen.

****

Aufgabe 2a) – Antwortsatz. Herr Raute hat 3 Möglichkeiten, die 7 Lampions entsprechend der Bedingungen aufzuhängen.

Herleitung: Verwende für das Aufschreiben der Möglichkeiten zum Beispiel die Anfangsbuchstaben der Farben **R**ot/**G**rün/**B**lau.

Herr Raute stellt fest, dass er die 4 roten Lampions auf Lücke hängen muss, also zwischen zwei roten Lampions immer eine Stelle frei lassen muss.

Stelle	1	2	3	4	5	6	7
Farbe	R	?	R	?	R	?	R

Wäre zwischen zwei roten Lampions eine größere Lücke, hingen an anderer Stelle zwei rote Lampions direkt nebeneinander.

Nun fällt es dir nicht schwer, alle Möglichkeiten aufzuschreiben.

Stelle	1	2	3	4	5	6	7
Möglichkeit 1	R	B	R	G	R	G	R
Möglichkeit 2	R	G	R	B	R	G	R
Möglichkeit 3	R	G	R	G	R	B	R

Aufgabe 2b) – Antwortsatz. Herr Raute hat nun 8 Möglichkeiten, die 7 Lampions entsprechend der Bedingungen aufzuhängen.

Herleitung: Da die Anzahl der roten und grünen Lampions gleich groß ist, spielt der blaue Lampion sicher eine besondere Rolle. Wenn Herr Raute ihn an die zweite Stelle hängt (an der ersten Stelle hängt ja schon ein roter Lampion), muss an dritter Stelle ein grüner Lampion hängen, damit nicht weiter rechts zwei grüne Lampions nebeneinander hängen (Möglichkeit 1).

Will Herr Raute den blauen Lampion an dritte Stelle hängen, muss an zweiter Stelle ein grüner Lampion hängen. Nun gibt es zwei Möglichkeiten (2 und 3), die Reihe fortzusetzen, entweder an vierter Stelle ein roter Lampion oder an vierter Stelle ein grüner Lampion. Die danach folgenden Auswahlen sind damit bereits festgelegt.

Nun findest du auch die anderen Möglichkeiten, die du in einer Tabelle zusammenträgst.

Stelle	1	2	3	4	5	6	7
Möglichkeit 1	R	B	G	R	G	R	G
Möglichkeit 2	R	G	B	R	G	R	G
Möglichkeit 3	R	G	B	G	R	G	R
Möglichkeit 4	R	G	R	B	G	R	G
Möglichkeit 5	R	G	R	G	B	G	R
Möglichkeit 6	R	G	R	G	B	R	G
Möglichkeit 7	R	G	R	G	R	B	G
Möglichkeit 8	R	G	R	G	R	G	B

****

Aufgabe 3 – Antwortsatz. Trage die Angaben der vier Familienmitglieder in eine Tabelle ein:

	23 Grad	24 Grad	25 Grad	26 Grad	27 Grad	28 Grad	29 Grad
Frau Dreieck		✓	✓	✓			
Kreisa				✓	✓	✓	✓
Herr Raute					✓	✓	✓
Quadrato	✓	✓	✓	✓			

Die Aussage von Herrn Raute passt nicht zu der von Frau Dreieck und der von Quadrato. Außer Herr Raute ist bei allen anderen die Temperatur 26 Grad möglich. Wenn deren Angaben richtig sind, wird es also 26 Grad warm.

****

Aufgabe 4 – Antwortsatz. Kreisa und Quadrato mussten um 14:21 Uhr beginnen, damit sie gemeinsam bis 15:00 Uhr 20 Einladungen schafften.

Herleitung: Wenn Kreisa im Vorjahr für 10 Einladungen 30 min benötigte, konnte sie eine Einladung in 3 min gestalten. Wenn Quadrato in 20 min 4 Einladungen schaffte, benötigte er für eine Einladung 5 min.

Zusammen schaffen sie also dieses Jahr in 30 min 16 Einladungen, nämlich 10 von Kreisa und 6 von Quadrato. Nun müssen sie noch 4 Einladungen gestalten.

– Bastelt Kreisa allein diese 4 Einladungen, benötigt sie (4 · 3 =) 12 Minuten.
– Bastelt Kreisa 3 Einladungen, benötigt sie (3 · 3 =) 9 Minuten. In dieser Zeit hat Quadrato die vierte Einladung auch geschafft.
– Bastelt Kreisa 2 Einladungen, benötigt sie (2 · 3 =) 6 Minuten. Quadrato muss die 2 anderen Einladungen basteln, wofür er aber (2 · 5 =) 10 Minuten benötigt. Deshalb sind die 4 Einladungen erst nach 10 Minuten fertig.
– Bastelt Kreisa nur 1 Einladungen, benötigt sie (1 · 3 =) 3 Minuten. Quadrato muss aber die 3 anderen Einladungen basteln, wofür er aber (3 · 5 =) 15 Minuten benötigt. Deshalb sind die 4 Einladungen erst nach 15 Minuten fertig.
– Bastelt aber Quadrato allein diese 4 Einladungen, benötigt er (4 · 5 =) 20 Minuten.

Diese Erklärung kannst du übersichtlicher in einer Tabelle angeben:

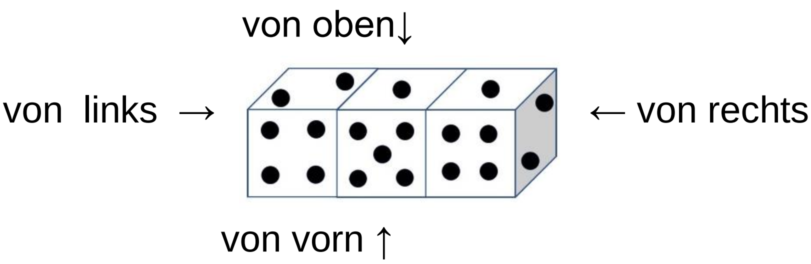
Kreisa: Anzahl Einladungen	4	**3**	2	1	0
Zeit, die Kreisa benötigt	12 min	**9 min**	6 min	3 min	0 min
Quadrato: Anzahl Einladungen	0	**1**	2	3	4
Zeit, die Quadrato benötigt	0 min	**5 min**	10 min	15 min	20 min
Letzte Einladung fertig nach	12 min	**9 min**	10 min	15 min	20 min

Am schnellsten werden sie deshalb dann fertig, wenn Kreisa nach 30 Minuten noch 3 Einladungen und Quadrato nur 1 Einladung bastelt. Insgesamt sind sie also nach (30 + 9 =) 39 Minuten mit allen 20 Einladungen fertig. Sie müssen spätestens 14:21 Uhr beginnen, um pünktlich um 15:00 Uhr fertig zu sein.

****

Runde 1 **Würfelspiele** Teil B

Wenn wir um den Tisch herumlaufen, sehen wir von den Würfeln, die auf dem Tisch liegen



Von hinten sehen wir die Punkte, die in dem Beispiel gegenüber von 4 – 5 – 4 liegen. Von unten können wir nicht auf den Würfel schauen.

Der Würfel, von dem wir im Beispiel die Punkte 1 – 2 – 4 sehen, ist der rechte Würfel.

Aufgabe 1a) – Antwortsatz. Quadrato sieht 29 Punkte.

Begründung: Da auf zwei gegenüberliegenden Würfelseiten insgesamt 7 Punkte zu sehen sind, sieht Quadrato vom unteren Würfel (7 + 7 =) 14 Punkte. Er sieht vom oberen Würfel (7 + 7 + 1 =) 15 Punkte, weil zweimal gegenüberliegende Seiten und die obere Seite zu sehen sind.

Quadrato kann also insgesamt (14 + 15 =) 29 Punkte sehen.

Aufgabe 1b) – Antwortsatz. Quadrato kann 28 oder 33 Punkte sehen.

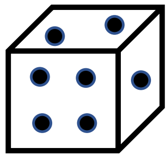
Begründung: Da auf zwei gegenüberliegenden Würfelseiten insgesamt 7 Punkte zu sehen sind, sieht Quadrato bei den drei Würfeln vorn und hinten (7 + 7 + 7 =) 21 Punkte. Von oben sind zudem (2 + 1 + 1 =) 4 Punkte zu sehen. Außerdem sieht Quadrato von rechts 2 Punkte. Insgesamt sind das bereits (21 + 4 + 2 =) 27 Punkte.

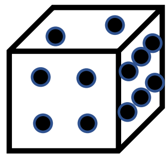
Da vom linken Würfel oben 2 zu sehen ist, kann von links keine 5 zu sehen sein – die liegt unsichtbar auf der unteren Würfelseite gegenüber von 2.

Da vom linken Würfel vorn 4 zu sehen ist, kann von links keine 3 zu sehen sein – die liegt auf der hinteren Würfelseite gegenüber von 4.

Deshalb könnte von links nur 1 oder 6 zu sehen sein. Quadrato könnte also insgesamt (27 + 1 =) 28 oder (27 + 6 =) 33 Punkte sehen.

Hinweis: Wenn du richtige Spielwürfel zum Knobeln verwendet hast, hast du bestimmt beobachtet, dass bei einem Würfel mit 4 vorn und 2 oben von rechts entweder 1 oder 6 zu sehen ist.





- Siehst du rechts 1, so kannst du den Würfel nicht so drehen, dass vorn 4, oben 2 und links 1 zu sehen sind.
- Siehst du dagegen rechts 6, so kannst du den Würfel nicht so drehen, dass vorn 4, oben 2 und links 6 zu sehen sind.

Prüfe doch einmal deine Würfel, ob bei denen rechts 1 oder 6 zu sehen ist. Vielleicht hast du sogar beide Sorten zu Hause?

Da wir aber nicht wissen, welche Würfel Quadrato hat, lautet die vollständige Antwort 28 oder 33 Punkte.

Wenn du jedoch geschrieben hast, dass du die Lösung durch Probieren mit richtigen Würfeln gefunden hast, konntest du nur eine der beiden Lösungen finden – das ist natürlich dann auch ein richtiges Ergebnis.

****

Aufgabe 2a) – Antwortsatz. Kreisa kann 2 Würfel so aufeinanderlegen, dass sie insgesamt 33 Punkte sieht.

Begründung: Bei Aufgabe 1a) hast du entdeckt, dass vom obersten Würfel 14 Punkte und die von oben sichtbare Punktzahl zu sehen sind. Von jedem darunter liegenden Würfel sieht Kreisa jeweils 14 Punkte.

Mit einem Würfel sieht Kreisa von vorn, rechts, hinten und links insgesamt 14 Punkte. Da oben höchstens 6 zu sehen sein kann, können es nicht mehr als (14 + 6 =) 20 Punkte sein.

Mit zwei Würfeln sieht Kreisa von vorn, rechts, hinten und links insgesamt (2 · 14 =) 28 Punkte. Wenn sie die Würfel so legt, dass oben 5 zu sehen ist, so sieht sie insgesamt (28 + 5 =) 33 Punkte.

Mit drei oder mehr Würfeln sieht Kreisa von vorn, rechts, hinten und links mindestens (3 · 14 =) 42 Punkte. Das sind in jedem Fall schon zu viele Punkte, um insgesamt nur 33 Punkte zu sehen.

Aufgabe 2b) – Antwortsatz. Kreisa kann mit 2 oder 3 nebeneinander liegenden Würfeln die Punktsumme 33 sehen.

Herleitung: Mit einem Würfel sieht Kreisa von vorn, rechts, hinten und links insgesamt 14 Punkte. Da von oben höchstens 6 zu sehen sein kann, können es nicht mehr als (14 + 6 =) 20 Punkte sein.

Mit zwei Würfeln sieht Kreisa von vorn und hinten insgesamt (2 · 7 =) 14 Punkte. Wenn sie den rechten Würfel so legt, dass von oben 6 und von rechts 5 zu sehen sind, sieht sie schon insgesamt (14 + 6 + 5 =) 25 Punkte. Wenn sie den linken Würfel nun noch so legt, dass von oben 6 und von links 2 zu sehen sind, sieht sie insgesamt (25 + 6 + 2 =) 33 Punkte.

Mit drei Würfeln sieht Kreisa von vorn und hinten insgesamt (3 · 7 =) 21 Punkte. Wenn sie den rechten Würfel so legt, dass oben 4 und rechts 2 zu sehen sind, sieht sie schon insgesamt (21 + 4 + 2 =) 27 Punkte. Wenn sie den linken Würfel so legt, dass ebenfalls von oben 4 und von links 2 zu sehen sind, sieht insgesamt (27 + 4 + 2 =) 33 Punkte.

Mit vier Würfeln sieht Kreisa von vorn und hinten insgesamt (4 · 7 =) 28 Punkte. Wenn sie den rechten Würfel so legt, dass oben 2 und rechts 1 zu sehen sind, sieht sie bereits insgesamt (28 + 2 + 1 =) 31 Punkte. Es ist aber nicht möglich, den linken Würfel so zu legen, dass von oben und von links nur insgesamt 2 Punkte zu sehen sind.

Mit fünf oder mehr Würfeln sieht Kreisa von vorn und hinten bereits mindestens (5 · 7 =) 35 Punkte, also mehr als 33.

Kreisa kann mit zwei oder mit drei nebeneinander liegenden Würfeln die Punktzahl 33 erreichen.

Hinweis: Es gibt verschiedene Möglichkeiten, die Würfel zu legen. Probiere es einfach mit richtigen Spielwürfel aus. Dabei stellst du fest, dass es bei drei Würfeln zum Beispiel nicht möglich ist, den linken Würfel noch passend zu legen, wenn vom rechten Würfel von oben 3 und von rechts 2 zu sehen sind.

****

Aufgabe 3a) – Antwortsatz. Die größte Summe, die Quadrato auf allen sichtbaren Würfelseiten sehen kann, beträgt 60. Als kleinste Summe ist 24 möglich.

Begründung: Es ist möglich, einen Würfel so zu drehen, dass

- von oben 6 zu sehen ist
- von vorn (oder hinten) 5 zu sehen ist,
- von rechts (oder von links) 4 zu sehen ist.

Von jedem der vier Würfel sind dann (6 + 5 + 4 =) 15 Punkte zu sehen, also insgesamt (4 · 15 =) 60.

Es ist möglich, einen Würfel so zu drehen, dass

- von oben 1 zu sehen ist
- von vorn (oder hinten) 2 zu sehen ist,
- von rechts (oder von links) 3 zu sehen ist.

Von jedem der vier Würfel sind dann (1 + 2 + 3 =) 6 Punkte zu sehen, also insgesamt (4 · 6 =) 24.

Hinweis: Die Summe der größten und kleinsten Punktsumme beträgt (60 + 24 =) 84. Dies ist aber gerade der Wert, der auf allen vier Würfeln insgesamt zu sehen ist, weil auf jedem Würfel (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 =) 21 Punkte zu sehen sind. Da bei der Suche nach der größten Punktsumme von jedem Würfel drei Seiten zu betrachten sind, sind bei der Suche nach der kleinsten Punktsumme die drei anderen Seiten zu betrachten. Deshalb findest du die kleinste Punktsumme auch aus der Differenz (84 – 60 =) 24.

Aufgabe 3b) – Antwortsatz. Die größte Summe, die Kreisa auf allen sichtbaren Würfelseiten sehen kann, beträgt 104. Die kleinste Summe ist 36.

Begründung: Aus Aufgabe 3a) weißt du schon, dass auf den vier oberen Würfel höchstens 60 Punkt zu sehen sind. Nun kommen noch die Punktzahlen der unteren Würfel hinzu:

Es ist möglich, einen Würfel so zu drehen, dass

- von einer Seite 6 zu sehen ist und
- von der danebenliegenden Seite 5 zu sehen ist.

Von jedem der vier unteren Würfel sind dann (6 + 5 =) 11 Punkte zu sehen, also insgesamt (4 · 11 =) 44. Zusammen mit den Punkten der vier oberen Würfel sind es insgesamt höchstens (60 + 44 =) 104.

Aus Aufgabe 3a) weißt du aber auch schon, dass auf den vier oberen Würfel mindestens 24 Punkte zu sehen sind. Nun kommen noch die Punktzahlen der unteren Würfel hinzu:

Es ist möglich, einen Würfel so zu drehen, dass

- von einer Seite 1 zu sehen ist und
- von der danebenliegenden Seite 2 zu sehen ist.

Von jedem der vier unteren Würfel sind dann (1 + 2 =) 3 Punkte zu sehen, also insgesamt (4 · 3 =) 12. Zusammen mit den Punkten der vier oberen Würfel sind es insgesamt mindestens (24 + 12 =) 36.