Die Lösungshinweise wenden sich personalisiert an die Teilnehmer:

Hallo „Vorname” (Klasse …),

toll, dass du an der 1. Runde des diesjährigen LOGO-Korrespondenzzirkels teilgenommen hast. Darüber haben wir uns sehr gefreut.

Bei der Punktevergabe wurde nicht nur das richtige Ergebnis im Antwortsatz bewertet. Auch für die Herleitung, die Begründung oder die Probe wurden Punkte vergeben.

Bewertung	**Teil A**				**Teil B**			
	A1	**A2**	**A3**	**A4**	**B1**	**B2**	**B3**	**B4**
Deine Punktzahl								
Mögliche Punktzahl	**3**	**3**	**2**	**3**	**2**	**2**	**3**	**2**

Du hast insgesamt **... Punkte** von 20 möglichen Punkten erreicht! Das ist ein gutes (10 – 14), sehr gutes(15-19) bzw. tolles (20) Ergebnis! Wir freuen uns schon jetzt auf deine Einsendung zur 2. Runde.

Wir wünschen dir weiterhin viel Spaß und Erfolg beim Knobeln und Rechnen.

Vergleiche nun deine Lösungen mit den folgenden Hinweisen.

LOGO – Runde 1: **Würfelspiele** **(Teil A)**

Aufgabe 1 (a) - Antwortsatz: Quadrato hat das Spiel gewonnen, wenn seine Augensumme 10 betrug.

Probe: Mit drei Würfen sind Augensummen zwischen 3 (dreimal „Eins“) und 18 (dreimal „Sechs“) möglich.

Wenn Quadrato die Augensumme 10 erreichte, dann gilt:

Nach Aussage (3) erreichte Herr Raute die Augensumme (10 : 2 =) 5.
Nach Aussage (2) betrug die Augensumme von Frau Dreieck (5 – 2 =) 3.
Nach Aussage (1) schaffte Kreisa die Augensumme (3 · 3 =) 9.

Alle Bedingungen sind erfüllt und Quadrato erreichte die höchste Augensumme.

Aufgabe 1 (b) - Antwortsatz: Kreisa gewann mit der Augensumme 18 (sie würfelte also dreimal eine „Sechs“). Quadrato erreichte 16, Herr Raute 8 und Frau Dreieck 6.

Herleitung: Zur Lösung der Aufgabe kannst du in einer Tabelle alle Möglichkeiten durch systematisches Probieren untersuchen. Beginne mit der Augensumme, die Frau Dreieck erreicht haben könnte, und ermittle aufgrund der Aussagen (1) bis (3) die Augensummen der anderen Mitspieler. Wenn die Summe der vier Augensummen 48 ergibt, hast du die Lösung gefunden. Die kleinste mögliche Augensumme beträgt 3. Beginne damit deine Tabelle:

Augensumme von ...					
Frau Dreieck	Kreisa wegen (1)	Herr Raute wegen (2)	Quadrato wegen (3)	Summe	Vergleich
3	9	5	10	27	27 < 48
4	12	6	12	34	34 < 48
5	15	7	14	41	41 < 48
6	**18**	**8**	**16**	**48**	**48 = 48**
7	> 18	nicht möglich			

Nur wenn die Augensumme von Frau Dreieck 6 beträgt, ist die Summe aller Augensummen 48. Kreisa hat mit der Augensumme 18 gewonnen.

Lösungsvariante: Die Überlegungen für das Ausfüllen der Tabelle kannst du auch für das Aufstellen einer Gleichung nutzen. Bezeichne zum Beispiel die Augensummen der vier Mitspieler mit den Anfangsbuchstaben ihrer Namen (also Q, K, D, R). Dann findest du folgende Zusammenhänge:

(1) $K = 3 \cdot D$ (2) $R = D + 2$ (3) $Q = 2 \cdot R$

Das bedeutet (3) $Q = 2 \cdot (D + 2) = 2 \cdot D + 4$

Es soll gelten: $Q + K + D + R = 48.$

Ersetze: $(2 \cdot D + 4) + (3 \cdot D) + D + (D + 2) = 7 \cdot D + 6 = 48$

Also gilt: $7 \cdot D = 48 – 6 = 42$

So findest du die Lösung für Frau Dreieck: D = 6. Daraus kannst du (wie in der Tabelle) die Augensummen der anderen Mitspieler ermitteln. Prüfe das Ergebnis mit einer Probe.

****

Aufgabe 2 (Teil 1) - Antwortsatz: Nach dem ersten Würfeln haben Quadrato eine 4 und Kreisa eine 2 gewürfelt.

Begründung: Quadrato muss eine gerade Augenzahl gewürfelt haben, weil Kreisas Augenzahl die Hälfte von seiner Augenzahl ist. Quadrato kann also mit einem Würfel nur 2, 4 oder 6 gewürfelt haben. Wegen der ersten Aussage von Quadrato ist 2 nicht möglich. Wegen der zweiten Aussage von Quadrato ist auch 6 nicht möglich. Also hat Quadrato eine 4 gewürfelt und Kreisa eine (4 : 2 =) 2.

Aufgabe 2 (Teil 2) - Antwortsatz: Herr Raute hat Recht, die Aussagen nach dem zweiten Würfeln sind nicht alle gleichzeitig erfüllbar.

Begründung: Entsprechend der ersten Aussage von Kreisa ist ihre Augenzahl kleiner als 4, also 1, 2 oder 3. Nach Kreisas zweiter Aussage ist die Augenzahl eine gerade Zahl. Damit hat Kreisa eine 2 gewürfelt.

Entsprechend der ersten Aussage von Quadrato ist seine Augenzahl größer als 4, also 5 oder 6. Nach Quadratos zweiter Aussage ist die Summe beider Augenzahlen durch 3 teilbar. Es sind nur die Summen 5 + 2 = 7 oder 6 + 2 = 8 möglich. Keine dieser Summen ist durch 3 teilbar. Also hat Herr Raute Recht, die vier Aussagen können nicht alle gleichzeitig richtig sein.

Aufgabe 3 - Antwortsatz. Quadrato findet 9 Möglichkeiten, die die Bedingung der Aufgabe erfüllen.

Herleitung: Um alle Möglichkeiten zu finden, solltest du systematisch vorgehen. Da die dritte Augenzahl die Summe der beiden anderen Augenzahlen sein soll, muss die dritte Augenzahl am höchsten sein und kann für einen Würfel nur zwischen 1 und 6 betragen.

Dritte Augenzahl = 1	Dieser Fall ist nicht möglich, weil die Summe zweier Augenzahlen mindesten (1 + 1 =) 2 beträgt
Dritte Augenzahl = 2	1 + 1
Dritte Augenzahl = 3	1 + 2 *(oder 2 + 1)*
Dritte Augenzahl = 4	1 + 3 oder 2 + 2 *(oder 3 + 1)*
Dritte Augenzahl = 5	1 + 4 oder 2 + 3 *(oder 3 + 2 oder 4 + 1)*
Dritte Augenzahl = 6	1 + 5 oder 2 + 4 oder 3 + 3 *(oder 4 + 2 oder 5 + 1)*

Die in Klammern angegeben Summen sind natürlich auch richtig, sind aber für die Addition nicht verschieden von den entsprechenden Summen. Wenn du sie aber auch aufgeschrieben hast, so ergeben sich 15 Möglichkeiten. Wenn du sogar berücksichtigst, ob der Würfel mit der höchsten Augenzahl (also mit der Summe der beiden anderen Würfel) der erste, zweite oder dritte Würfel ist, so gibt es sogar 45 Möglichkeiten.

****

Aufgabe 4 (a) - Antwortsatz: Quadrato würfelte 12 Mal, Kreisa würfelte 21 Mal.

Herleitung: Quadrato durfte in jeder der sechs Runden zweimal würfeln, also insgesamt (6 · 2 =) 12 Mal. Wenn Kreisa in der ersten Runde einmal würfelte, durfte sie in der zweiten Runde zweimal, in der dritten Runde dreimal usw. bis in der sechsten Runde sechsmal würfeln, insgesamt also (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 =) 21 Mal.

Aufgabe 4 (b) - Antwortsatz: Quadrato würfelte in der vierten Runde eine „Doppel-6“.

Begründung: Untersuche in einer Tabelle, wie oft Kreisa würfeln durfte, wenn Quadrato in einer der sechs Runden eine „Doppel-6“ würfelte:

Quadratos Runde mit „Doppel-6“	Kreisas Anzahl von Würfen						
	Runde 1	Runde 2	Runde 3	Runde 4	Runde 5	Runde 6	Summe
Runde 1	1*	2	3	4	5	6	21
Runde 2	1	1*	2	3	4	5	16
Runde 3	1	2	1*	2	3	4	13
Runde 4	**1**	**2**	**3**	**1***	**2**	**3**	**12**
Runde 5	1	2	3	4	1*	2	13
Runde 6	1	2	3	4	5	1*	16

Mit * wird die Runde markiert, in der Kreisa nur einmal würfeln durfte.

Nur wenn Quadrato in der vierten Runde eine „Doppel-6“ würfelte, durfte Kreisa nur 12 Mal würfeln. In der Tabelle ist die Probe zu diesem Ergebnis enthalten.
In der Aufgabenstellung wird geschrieben, dass Kreisa nach der „Doppel-6“ nur einmal würfeln durfte. Da Quadrato immer die Runden begann, ist die vierte Runde (und nicht die dritte) die korrekte Lösung.

Hinweis: Vielleicht hast du das Ergebnis einfach erraten. Dann darfst du aber nicht die Probe vergessen! Trotzdem bleibt deine Lösung unvollständig, weil beim Erraten einer Lösung nicht sicher ist, ob es vielleicht noch eine andere Lösung gibt.

Löse zur Übung die Aufgabe doch auch für den Fall, dass das Spiel nur über vier Runden geht! Was stellst du fest? Und welche Lösung erhältst du, wenn das Spiel über acht Runden gehen würde?

****

LOGO – Runde 1: Domino-Steine (Teil B)

Aufgabe 1 (a) - Antwortsatz. Insgesamt 15 der 28 Spielsteine eines Domino-Spiels zeigen weder eine 2 noch eine 5.

Begründung: Schreibe alle 28 Spielsteine auf und streiche die Spielsteine, auf denen eine 2 oder eine 5 (oder beide Zahlen) zu sehen sind. Es bleiben 15 Spielsteine übrig.

0 - 0	0 - 1	~~0 - 2~~	0 - 3	0 - 4	~~0 - 5~~	0 - 6
	1 - 1	~~1 - 2~~	1 - 3	1 - 4	~~1 - 5~~	1 - 6
		~~2 - 2~~	~~2 - 3~~	~~2 - 4~~	~~2 - 5~~	~~2 - 6~~
			3 - 3	3 - 4	~~3 - 5~~	3 - 6
				4 - 4	~~4 - 5~~	4 - 6
					~~5 - 5~~	~~5 - 6~~
						6 - 6

Hinweis: Wenn du richtige Spielsteine eines Domino-Spiels zur Lösung der Aufgabe verwendet hast, konntest du die Spielsteine in zwei Haufen aufteilen:

- einen Haufen mit Spielsteinen ohne 2 oder 5,
- einen Haufen mit Spielsteinen mit 2 oder 5.

Die Anzahl der Spielsteine in jedem Haufen sind dann nur noch zu zählen.

Lösungsvariante: Es gibt 7 Spielsteine, auf denen eine (oder zwei) 2 zu sehen sind, nämlich mit 0, mit 1, ..., oder mit 6. Es gibt 7 Spielsteine, auf denen eine (oder zwei) 5 zu sehen sind, nämlich mit 0, mit 1, ..., oder mit 6. Dabei wird aber der Spielstein 2 – 5 doppelt gezählt. Also gibt es (7 + 7 – 1 =) 13 Spielsteine, auf denen 2 oder 5 zu sehen sind. Somit gibt es (28 – 13 =) 15 Spielsteine ohne 2 und ohne 5.

Aufgabe 1 (b) - Antwortsatz. Es gibt mehr Spielsteine mit einer geraden Augensumme als Spielsteine mit einer ungeraden Augensumme.

Begründung: Schreibe wieder alle Spielsteine auf und streiche diejenigen Spielsteine durch, deren Augensumme ungeradzahlig ist.

0 - 0	~~0 - 1~~	0 - 2	~~0 - 3~~	0 - 4	~~0 - 5~~	0 - 6
	1 - 1	~~1 - 2~~	1 - 3	~~1 - 4~~	1 - 5	~~1 - 6~~
		2 - 2	~~2 - 3~~	2 - 4	~~2 - 5~~	2 - 6
			3 - 3	~~3 - 4~~	3 - 5	~~3 - 6~~
				4 - 4	~~4 - 5~~	4 - 6
					5 - 5	~~5 - 6~~
						6 - 6

Es wurden 12 Spielsteine durchgestrichen und somit bleiben (28 – 12 =) 16 Spielsteine übrig, deren Augensumme geradzahlig ist. Wegen 16 > 12 gibt es mehr Spielsteine mit geradzahliger Augensumme als Spielsteine mit ungeradzahliger Augensumme.

Hinweis: Wenn du richtige Spielsteine eines Domino-Spiels zur Lösung der Aufgabe verwendet hast, konntest du die Spielsteine in zwei Haufen aufteilen:

- einen Haufen mit Spielsteinen mit gerader Augensumme,
- einen Haufen mit Spielsteinen mit ungerader Augensumme.

Die Anzahlen der Spielsteine in jedem Haufen sind dann nur noch zu vergleichen.

Lösungsvariante: Die Augensummen der Spielsteine können zwischen 0 und 12 variieren. Schreibe für alle möglichen ungeradzahligen Summen die passenden Spielsteine auf:

Summe = 1:	0 – 1									
Summe = 3:	0 – 3	oder	1 – 2							
Summe = 5:	0 – 5	oder	1 – 4	oder	2 – 3					
Summe = 7:			1 – 6	oder	2 – 5	oder	3 – 4			
Summe = 9:							3 – 6	oder	4 – 5	
Summe = 11:										5 – 6

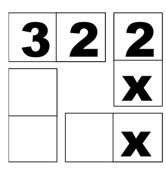
Auf diese Weise findest du ebenfalls 12 Spielsteine mit ungerader Augensumme.

Hinweis: Sicher hast du beobachtet, dass es mehr gerade Zahlen (0, 2, 4 oder 6) als ungerade Zahlen (1, 3 oder 5) gibt. Deshalb lässt sich vermuten, dass es mehr gerade Augensummen als ungerade Augensummen gibt. Aber dieser Zusammenhang muss genauer erklärt werden.

****

Aufgabe 2 (a) - Antwortsatz. Es kann Quadrato nicht gelingen, das kleine Fenster wie gefordert mit Spielsteinen zu bedecken.

Begründung:
Wegen der Anlegeregel muss Quadrato für die rechte obere Ecke einen Spielstein mit einer 2 legen. Damit beträgt die Punktsumme in der oberen Seite (3 + 2 + 2 =) 7. Für die gleiche Punktsumme auf der rechten Seite fehlen noch (7 – 2 =) 5 Punkte. Um die Anlegeregel zu erfüllen, müssen



beide fehlende Felder der rechten Seite mit der gleichen Zahl x bedeckt werden. Das kann für die ungerade Zahl 5 aber nicht gelingen, weil 2 · x eine gerade Zahl ergibt.

Aufgabe 2 (b) - Antwortsatz. Auch mit jedem anderen ersten Spielstein kann es Quadrato nicht gelingen, das kleine Fenster wie gefordert mit Spielsteinen zu bedecken.

Hinweis: Bei einer solchen Aufgabenstellung „Wähle einen anderen Spielstein ...“ genügt es, ein weiteres Beispiel zu untersuchen.

Begründung: Wählst du einen ersten Spielstein, bei dem die Augensumme eine ungerade Zahl ist, so erkennst du, dass die Begründung von Aufgabe 2 (a) ebenfalls gilt: Die Summe der beiden Felder mit x müsste ebenfalls eine ungerade Zahl ergeben.

Versuche es deshalb mit einem ersten Spielstein, dessen Augensumme geradzahlig ist, zum Beispiel mit 4 – 2. Wegen der Anlegeregel sind weitere Felder bereits festgelegt: Rechts oben muss das Feld mit der 2 bedeckt werden. Die Punktsumme der oberen Seite beträgt 8. In der Mitte der linken Seite muss das Feld mit 4 bedeckt werden.

4	2	2
4		

Nun musst du das linke untere Feld mit 0 bedecken, um auf der linken Seite die Punktsumme 8 zu erhalten. Außerdem musst du die beiden freien Felder der rechten Seite jeweils mit 3 bedecken, um auf der rechten Seite ebenfalls die Punktsumme 8 zu erhalten und dabei die Anlegeregel zu beachten.

4	2	2
4		3
0		3

Um auch auf der unteren Seite die Punktsumme 8 zu erhalten, müsstest du das freie Feld mit einer 5 bedecken. Um aber die Anlege-Regel zu beachten, müsstest du das freie Feld mit einer 0 bedecken. Beides ist nicht gleichzeitig möglich. Also kann Quadrato auch dieses Beispiel nicht zu einem Fenster ergänzen, das den Bedingungen entspricht.

Bestimmt hast du auch weitere Beispiele untersucht – in keinem Fall kann es gelingen, das Fenster wie gefordert zu vervollständigen.

****

Aufgabe 3 (a) – Antwortsatz: Es gibt viele Möglichkeiten, solche Fenster mit Spielsteinen zu bedecken.

0	1	5	3
5			0
2			0
2	0	1	6

Hinweis: Bei dieser Aufgabenstellung „Suche auch 6 Spielsteine aus einem Domino-Spiel ...“ genügt es, ein Beispiel anzugeben.

Führe aber eine ***Probe*** durch, ob alle vier Seiten die gleiche Punktsumme haben:

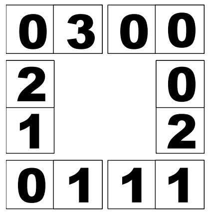
oben:	0 + 1 + 5 + 3 = 9	rechts:	3 + 0 + 0 + 6 = 9
links:	0 + 5 + 2 + 2 = 9	unten:	2 + 0 + 1 + 6 = 9

0	3	5	3
5			0
1			3
5	0	1	5

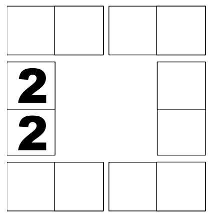
Achte aber auch darauf, dass kein Spielstein mehrfach benutzt wird. Im nebenstehenden Fenster sind zwar die Punktsummen auf allen vier

Seiten gleich 11, aber die Spielsteine 0 – 3 und 1 – 5 werden jeweils zweimal verwendet. Damit ist dieses Beispiel <u>keine</u> Lösung der Aufgabe!

Aufgabe 3 (b) – Antwortsatz: Die Punktsumme eines solchen Fensters muss mindesten 3 betragen.



Begründung: Wähle aus dem Domino-Spiel die sechs Spielsteine mit den kleinsten Augensummen. Das sind: 0 – 0, 0 – 1, 1 – 1, 0 – 2, 1 – 2 und 0 – 3. Es gelingt, damit ein Fenster mit der Punktsumme 3 auf jeder Seite zu belegen.



Würdest du aber einen dieser Spielsteine durch einen anderen Spielstein austauschen, so hätte dieser eine Augensumme größer als 3. Zum Beispiel wäre für den Spielstein 2 – 2 die Augensumme 4. Dieser Spielstein liegt im Fenster aber auf einer der vier Seiten, in der Abbildung beispielsweise auf der linken Seite. Somit beträgt die Punktsumme der linken Seite bereits mindestens 4. Es kann also keine kleinere Punktsumme geben.

Hinweis: Wenn du als kleinstmögliche Punktsumme die Zahl 4 gefunden hast, ist dies auch ein gutes Ergebnis, zum Beispiel mit den Spielsteinen 0 – 0, 0 – 1, 1 – 1, 0 – 2, 1 – 2 und 2 – 2.

****

Aufgabe 4 – Antwortsatz: Es gibt 58 verschiedene Möglichkeiten.

Herleitung: Die Lösung ist eigentlich gar nicht so schwer zu finden. Weil es aber sehr viele verschiedene Möglichkeiten gibt, kommt es darauf an, eine geschickte Aufstellung aller Fälle zu führen, um keine Möglichkeiten zu übersehen.

Wir wissen, dass es gleiche Summanden nicht geben kann, weil jeder Spielstein nur einmal vorkommt. Wir suchen deshalb nur solche Möglichkeiten, bei denen der obere Summand kleiner als der untere Summand ist. Durch Vertauschen der Summanden einer richtig gerechneten Aufgabe erhältst du eine weitere Möglichkeit.

Wir wissen auch, dass der Spielstein 0-0 nicht verwendet werden kann, weil dann der zweite Summand und die Summe übereinstimmen, aber jeder Spielstein nur einmal vorkommt.

Wir müssen zudem darauf achten, dass die beiden Summanden nicht durch Vertauschen der Einer- und Zehnerziffer entstehen, weil dies den gleichen Spielstein bedeuten würde, aber jeder Spielstein nur einmal vorkommt.

Nun untersuchen wir, wie die möglichen Summen durch Zahlen aus Spielsteinen erzeigt werden können.

Summe	Geeignete Additionsaufgaben							Anzahl
00								0
01								0
10								0
11	~~01+10~~							0
02								0
12	01+11	02+10						2
21	01+20	10+11						2
22	01+21	~~02+20~~	10+12					2
03	01+02							1
30	10+20							1
13	01+12	02+11	03+10					3
31	01+30	10+21	11+20					3
23	01+22	02+21	03+20	10+13	11+12			5
32	01+31	02+30	10+22	11+21	12+20			5
33	01+32	02+31	~~03+30~~	10+23	11+22	~~12+21~~	13+20	5

Es gibt 29 verschiedene Möglichkeiten, bei denen der erste Summand kleiner als der zweite Summand ist. Durch Vertauschen der Summanden entstehen weitere 29 verschiedene Möglichkeiten, insgesamt also 58 Möglichkeiten.

Lösungsvariante: Wir untersuchen, welche Summen möglich sind, wenn wir den oberen Summanden festlegen.

Oberer Summand	Geeignete Additionsaufgaben, bei denen der untere Summand größer als der obere Summand ist:							Anzahl
00								0
01	+02=03	~~+10=11~~	+11=12	+12=13	+20=21	+21=22	+22=23	9
	+30=31	+31=32	+32=33					
10	+11=21	+12=22	+13=23	+20=30	+21=31	+22=32	+23=33	7
11	+12=23	+20=31	+21=32	+22=33				4
02	+10=12	+11=13	~~+20=22~~	+21=33	+30=32	+31=33		5
12	+20=32	~~+21=33~~						1
21								0
22								0
03	+10=13	+20=23	~~+30=33~~					2
13	+20=33							1
31								0
23								0
32								0
33								0

Es gibt 29 verschiedene Möglichkeiten. Durch Vertauschen der Summanden entstehen weitere 29 verschiedene Möglichkeiten, insgesamt also 58 Möglichkeiten.

Hinweis: Wenn du viele richtige Aufgaben erkannt und aufgeschrieben hast, wurde bereits die volle Punktzahl vergeben, auch wenn die Lösung nicht ganz vollständig war.