Die Lösungshinweise wenden sich personalisiert an die Teilnehmer:

Hallo <<Vorname>> (<<Klasse>>),

toll, dass du an der 3. Runde des diesjährigen LOGO-Korrespondenzzirkels teilgenommen hast. Darüber habe ich mich sehr gefreut.

Bei der Punktevergabe wurde nicht nur das richtige Ergebnis im Antwortsatz bewertet. Auch für die Herleitung, die Begründung oder die Probe wurden Punkte vergeben.

Bewertung	**Teil A**				**Teil B**		
	A1	**A2**	**A3**	**A4**	**B1**	**B2**	**B3**
Deine Punktzahl							
Mögliche Punktzahl	**3**	**2**	**3**	**3**	**4**	**2**	**3**

Du hast insgesamt **x Punkte** von 20 möglichen Punkten erreicht! Das ist ein

gutes (10 – 14)/sehr gutes(15-18)/tolles(19) oder ganz tolles (20) Ergebnis!

Ich wünsche dir weiterhin viel Spaß und Erfolg beim Knobeln und Rechnen.

Es grüßt dich herzlich

Norman Bitterlich

Vergleiche nun deine Lösungen mit den folgenden Hinweisen.

LOGO – Runde 3: **Gute Aussicht** (Teil A)

Aufgabe 1 - Antwortsatz: Familie Geometrie lief in der ersten Stunde 3 km.

Probe: In der 1. Stunde liefen sie 3 km. In der 2. Stunde liefen sie doppelt so viele Kilometer, also (2 · 3 =) 6 km. In der 3. Stunde behielten sie das Tempo bei. Sie waren aber nur eine halbe Stunde unterwegs und liefen deshalb nur (6 : 2 =) 3 km. In der 4. Stunde waren es noch einmal 3 km. Insgesamt liefen sie in 4 Stunden (3 + 6 + 3 + 3 =) 15 km. Das ist das 5-fache von der Angabe auf dem Hinweisschild (5 · 3 =) 15 km.

Herleitung: Nach Aussage von Herrn Raute lief Familie Geometrie in 4 Stunden insgesamt (5 · 3 =) 15 km. Mit diesem Hinweis kannst du diese Aufgabe durch systematisches Probieren lösen. Wähle eine Anzahl Kilometer aus, die Familie Geometrie in der 1. Stunde gelaufen sein könnte. Ermittle anhand der Angaben in der Aufgabe, wie viele Kilometer sie dann in der 2., 3. und 4. Stunde gelaufen wären. Überprüfe, ob dann die Aussage von Herrn Raute erfüllt ist. Trage deine Ergebnisse in eine Tabelle ein.

km in der 1. Stunde	km in der 2. Stunde	km in der 3. Stunde	km in der 4. Stunde	km insgesamt	Vergleich
1	$2 \cdot 1 = 2$	$2 : 2 = 1$	1	$1 + 2 + 1 + 1 = 5$	$5 < 5 \cdot 3$
2	$2 \cdot 2 = 4$	$4 : 2 = 2$	2	$2 + 4 + 2 + 2 = 10$	$10 < 5 \cdot 3$
3	$\mathbf{2 \cdot 3 = 6}$	$\mathbf{6 : 2 = 3}$	**3**	$\mathbf{3 + 6 + 3 + 3 = 15}$	$\mathbf{15 = 5 \cdot 3}$
4	$2 \cdot 4 = 8$	$8 : 2 = 4$	4	$4 + 8 + 4 + 4 = 20$	$20 > 5 \cdot 3$

Nur wenn sie in der ersten Stunden 3 km liefen, ist die Aussage von Herrn Raute erfüllt. (In der Tabelle ist die Probe bereits zu sehen.)

Lösungsvariante: Die Überlegungen für das Ausfüllen der Tabelle kannst du auch für das Aufstellen einer Gleichung nutzen. Bezeichne die Anzahl der Kilometer der Wegstrecke in der ersten Stunde mit x. Dann findest du folgende Zusammenhänge:

2. Stunde: $2 \cdot x$ 3. Stunde: x 4. Stunde: x
Gesamt: $x + 2 \cdot x + x + x = 5 \cdot x = 15$.

Mit $x = 15 : 5 = 3$ ist die Lösung gefunden. Vergiss nicht bei dieser Variante die Probe!

****

Aufgabe 2 - Antwortsatz: Es waren 125 Stufen.

Herleitung: Frau Dreieck hat die meisten Stufen gezählt. Ihre Anzahl ist deshalb am höchsten von der wirklichen Anzahl entfernt. Also muss ihre Anzahl um 7 Stufen zu hoch sein: 132 – 7 = 125.

Probe: Du musst kontrollieren, ob auch die anderen Zählergebnisse wie angegeben korrigiert werden können:

121 + 4 = 125 128 – 3 = 125 119 + 6 = 125

Damit sind alle Aussagen der Aufgaben erfüllt.

****

Aufgabe 3 - Antwortsatz. Quadrato hat bemerkt, dass seine Aussage nicht mit den Aussagen von Frau Dreieck und Herrn Raute zusammenpasst. Frau Dreieck hat sich verschätzt. Der Schornstein steht am nächsten, dann das Rathaus, dann die Autobahnbrücke und am weitesten ist der Kirchturm entfernt.

Herleitung: Kürze die Bauwerke ab, zum Beispiel so: S = Schornstein, R = Rathaus, A = Autobahnbrücke und K = Kirchturm. Verwende für „ist näher als“ oder „steht doch vor“ das Zeichen < und für „weiter weg“ das Zeichen >. Damit kannst du die vier Aussagen ganz kurz aufschreiben:

Quadrato:	$S < R$	Kreisa:	$K > A$
Frau Dreieck:	$A < S$	Herr Raute:	$R < A$

Wenn du die Aussagen von Quadrato, Herrn Raute und Frau Dreieck hintereinander schreibst, erhältst du folgende Ungleichungskette:

$$S < R \,,\; R < A \,,\; A < S$$

Es ist aber nicht möglich, dass S sowohl am Anfang als auch am Ende dieser Kette steht. Einer von ihnen muss sich folglich verschätzt haben.

Es wird in der Aufgabestellen angegeben, dass die Reihenfolge eindeutig ermittelt werden kann. Weil Kreisa sich nicht verschätzt hat (es soll sich ja nur einer verschätzt haben), $A < K$ ist also richtig. Wenn auch Frau Dreieck mit ihrer Aussage ($A < S$) recht hätte, wäre sowohl $K < S$ als auch $S < K$ möglich. Die Reihenfolge könnte also nicht eindeutig ermittelt werden. Deshalb hat sich Frau Dreieck verschätzt.

Wenn du die Aussagen von Quadrato, Herrn Raute und Kreisa hintereinander schreibst, erhältst du folgende Ungleichungskette:

$$S < R \,,\; R < A \,,\; A < K.$$

Die geänderte Aussage von Frau Dreieck ($S < A$) ist darin enthalten. Also ist die Reihenfolge eindeutig ermittelt.

Lösungsvariante: Probiere aus, ob eine Reihenfolge eindeutig ermittelt werden kann, wenn sich Quadrato, Kreisa, Frau Dreieck oder Herr Raute verschätzt haben:

Wenn sich Quadrato verschätzt hat (also eigentlich $R < S$ richtig wäre), so kannst du die Aussagen von Frau Dreieck und Herrn Raute in einer Ungleichungskette zusammenfassen: $R < A$, $A < S$. Nur mit der Aussage von Kreisa kann aber nicht eindeutig ermittelt werden, wo der Kirchturm steht: $R < A < S < K$ oder $R < A < K < S$.

Wenn sich Kreisa verschätzt hat (also eigentlich $K < A$ richtig wäre), bleibt der Widerspruch bestehen, der Quadrato aufgefallen war. So gibt es dafür keine Lösung.

Wenn sich Frau Dreieck verschätzt hat (also eigentlich $S < A$ richtig wäre), konnte bereits die eindeutige Reihenfolge $S < R < A < K$ gefunden werden.

Wenn sich Herr Raute verschätzt hat (also eigentlich $A < R$ richtig wäre), so kannst du die Aussagen von Quadrato und Frau Dreieck in einer Ungleichungskette zusammenfassen: $A < S$, $S < R$. Nur mit der Aussage von Kreisa kann aber nicht eindeutig ermittelt werden, wo der Kirchturm steht: $A < S < R < K$ oder $A < S < K < R$ oder $A < K < S < R$.

****

Aufgabe 4 - Antwortsatz: Es gibt zwei Möglichkeiten, die Dinge entsprechend der Hinweise zu verteilen.

Herleitung: Du könntest diese Aufgabe lösen, indem du alle Möglichkeiten einer Verteilung der 12 Dinge auf 4 Personen aufschreibst und dann alle Kombinationen durchstreichst, die eine der Bedingungen nicht erfüllen. Doch es wären sehr viele Möglichkeiten, die du untersuchen musst! Deshalb ist es günstiger, zunächst die Bedingungen genauer zu betrachten.

Kürze die Naschereien ab, zum Beispiel so: A = Apfel, B = Banane, S = Schokoriegel, T = Tütchen Gummibärchen und V = Vollkornbrötchen.

Da Herr Raute keine Süßigkeiten wollte und es drei verschiedene Dinge sein sollen, gibt es für ihn nur eine Auswahlkombination: 1 A, 1 B, 1 V.

Da es 3 S sind und niemand etwas mehrfach erhalten soll, müssen Frau Dreieck, Kreisa und Quadrato jeweils 1 S nehmen.

Da Frau Dreieck zweimal Obst wollte, gibt es für sie nur eine Auswahlkombination: 1 A, 1 B, 1 S.

Weil die Verteilung an Frau Dreieck und Herrn Raute bereits eindeutig festgelegt ist, kannst du ermitteln, welche Dinge für Kreisa und Quadrato übrigbleiben:

1 A, 0 B, 2 S, 2 T, 1 V.

Weil Kreisa und Quadrato 3 verschiedene Dinge erhalten sollen, muss sowohl Kreisa als auch Quadrato jeweils 1 S und 1 T nehmen. Somit gibt es nur noch zwei verschiedene Möglichkeiten, 1 A und 1 V zu verteilen:

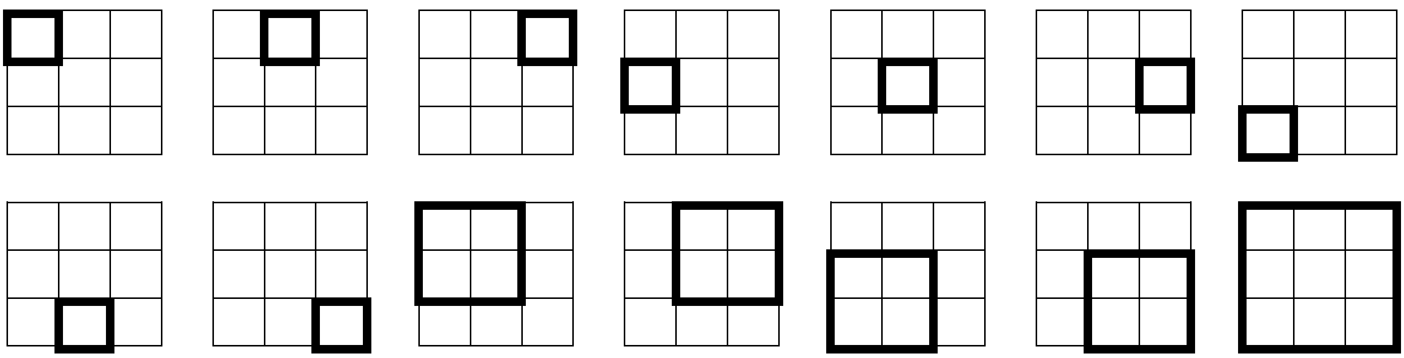
	Möglichkeit 1						Möglichkeit 2				
	A	B	S	T	V		A	B	S	T	V
Herr Raute	1	1	-	-	1		1	1	-	-	1
Frau Dreieck	1	1	1	-	-		1	1	1	-	-
Kreisa	**1**	-	1	1	-		-	-	1	1	**1**
Quadrato	-	-	1	1	**1**		**1**	-	1	1	-
Probe	3	2	3	2	2		3	2	3	2	2

Mit der Probe in der letzten Zeile der Tabelle kannst du prüfen, ob bei jeder Möglichkeit die Anzahl der verteilten Dinge mit der Aufgabenstellung übereinstimmt

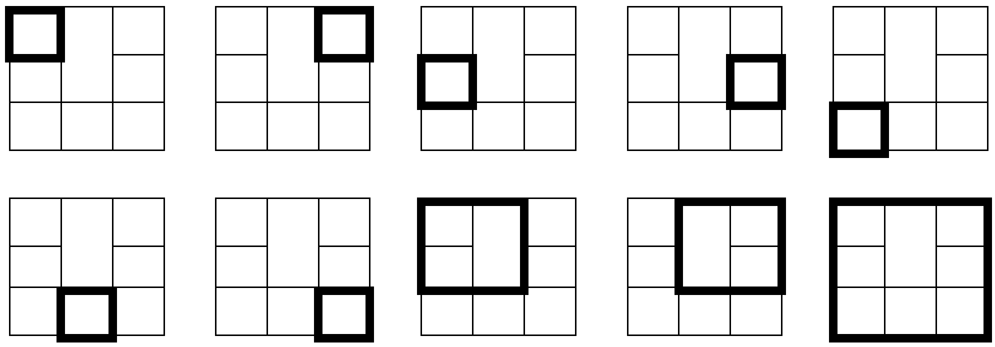
****

LOGO – Runde 3: Noch einmal viele Quadrate (Teil B)

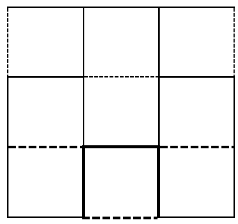
Aufgabe 1a - Antwortsatz. Es sind 14 Quadrate: 9 kleine 1x1 – Quadrate, 4 mittlere 2x2 – Quadrate und 1 großes 3x3 – Quadrat.



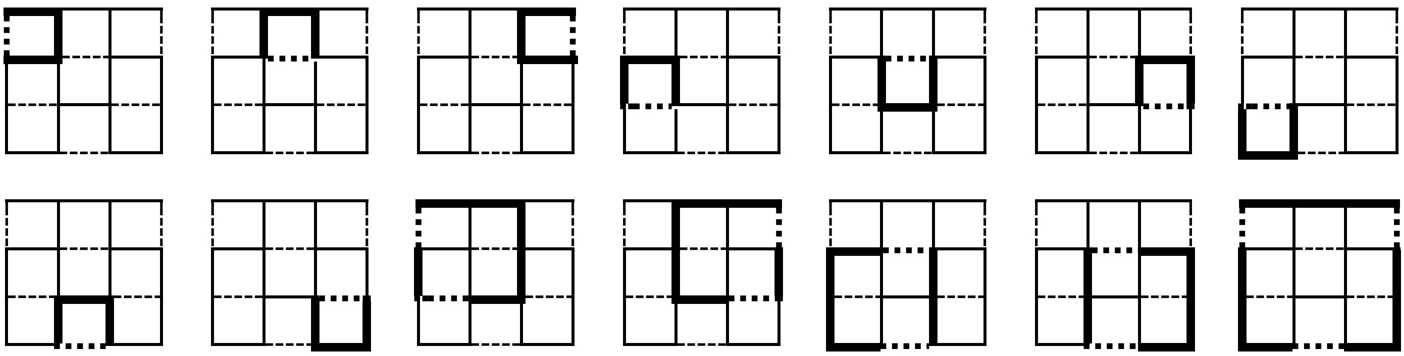
Aufgabe 1b – Antwortsatz: Es sind jetzt nur 10 Quadrate: 7 kleine 1x1 – Quadrate, 2 mittlere 2x2 – Quadrate und 1 großes 3x3 – Quadrat.



Aufgabe 1c. Antwortsatz: Es gibt viele Möglichkeiten, 6 Legestäbchen wegzunehmen (gestrichelte Linien), sodass keine vollständigen Quadrate mehr zu sehen sind, beispielsweise so:

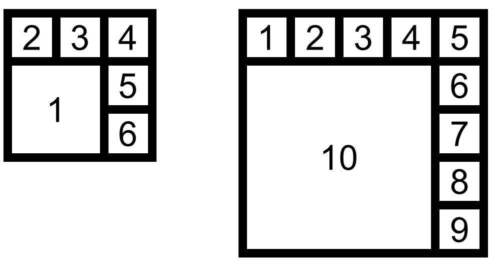


Um sicher zu sein, dass alle 14 Quadrate auch tatsächlich betroffen sind, zeichne sie in die Felder ein:

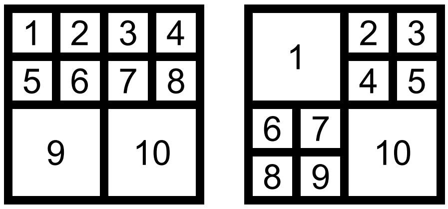


****

Aufgabe 2. Bei dieser Aufgabenstellung genügt es, Zerlegungen in 6 bzw. 10 kleinere Quadrate anzugeben. Beachte, dass sich die kleineren Quadrate nicht gegenseitig überdecken dürfen. So zählen in der Abbildung die Quadrate 1, 2, 5 und 6 nur einzeln, das Quadrat aus diesen 4 kleinen Quadraten wird nicht extra gezählt.



Es gibt für die Aufgabe 2b weitere Lösungen, beispielsweise:



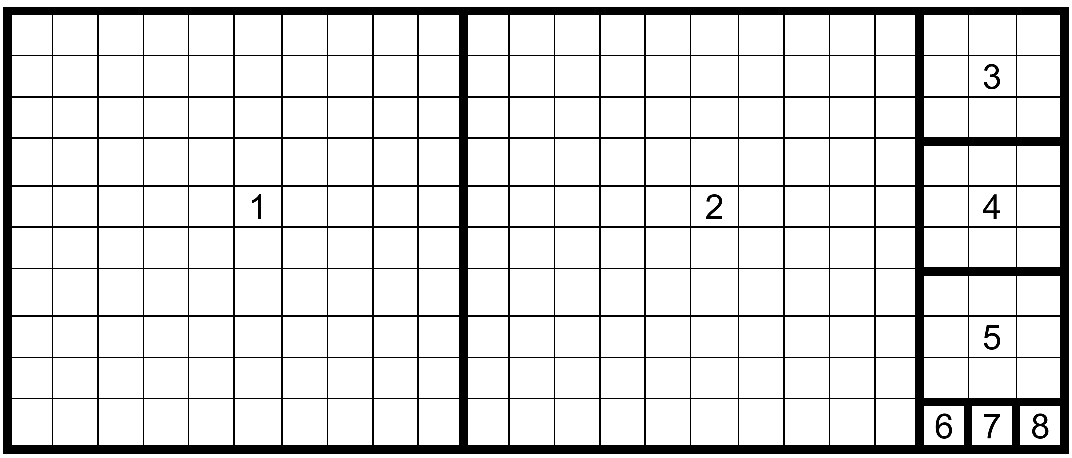
****

Aufgabe 3a – Antwortsatz: Quadrato erhält 8 Quadrate.

Beweis: Bestimmt hast du es wie Quadrato einfach ausprobiert. Nacheinander kann Quadrato folgende Quadrate mit jeweils einem Schnitt abschneiden (statt der Längeneinheit cm zählen wir nur die Kästchen):

1:	10 x 10 - Quadrat,	es verbleibt ein 13 x 10 - Rechteck
2:	10 x 10 - Quadrat,	es verbleibt ein 3 x 10 - Rechteck
3:	3 x 3 - Quadrat,	es verbleibt ein 3 x 7 - Rechteck
4:	3 x 3 - Quadrat,	es verbleibt ein 3 x 4 - Rechteck
5:	3 x 3 - Quadrat,	es verbleibt ein 3 x 1 - Rechteck
6:	1 x 1 - Quadrat,	es verbleibt ein 1 x 2 - Rechteck
7:	1 x 1 - Quadrat,	es verbleibt ein 1 x 1 - Quadrat
8:	1 x 1 - Quadrat	

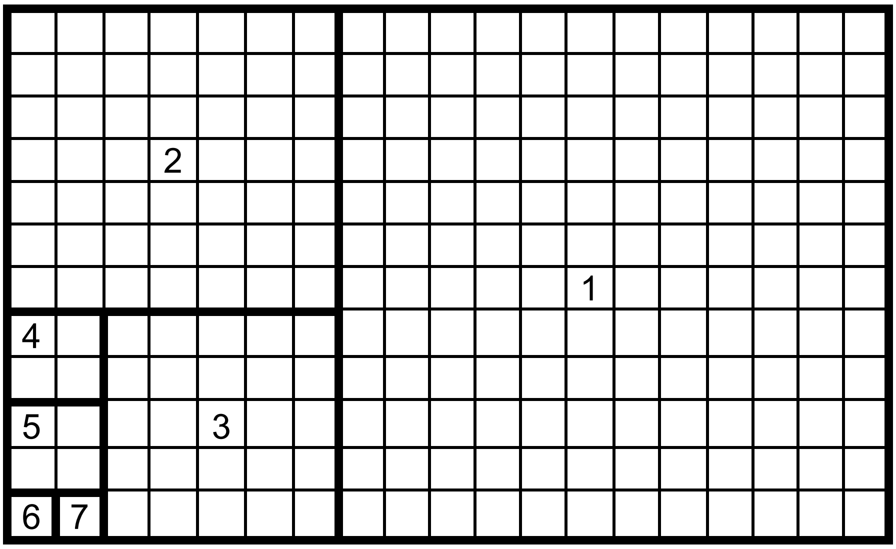
Für die vollständige Lösungsdarstellung genügt aber auch eine Zeichnung:



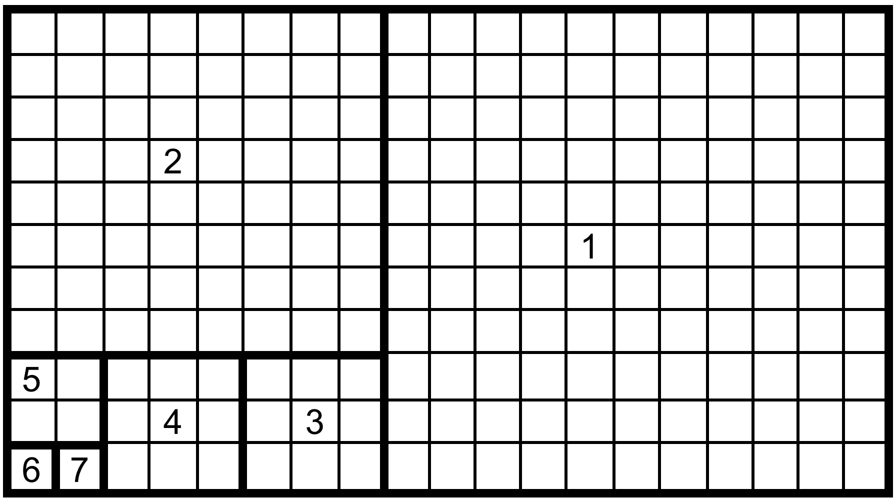
Aufgabe 3b – Antwortsatz: Es gibt verschiedene Größen, sodass Quadrato 7 Quadrate in 5 Größen abschneiden kann:

Papierstreifen mit 19 Kästchen Länge und 12 Kästchen Breite
Papierstreifen mit 19 Kästchen Länge und 11 Kästchen Breite
Papierstreifen mit 18 Kästchen Länge und 13 Kästchen Breite
Papierstreifen mit 21 Kästchen Länge und 8 Kästchen Breite
Papierstreifen mit 18 Kästchen Länge und 11 Kästchen Breite

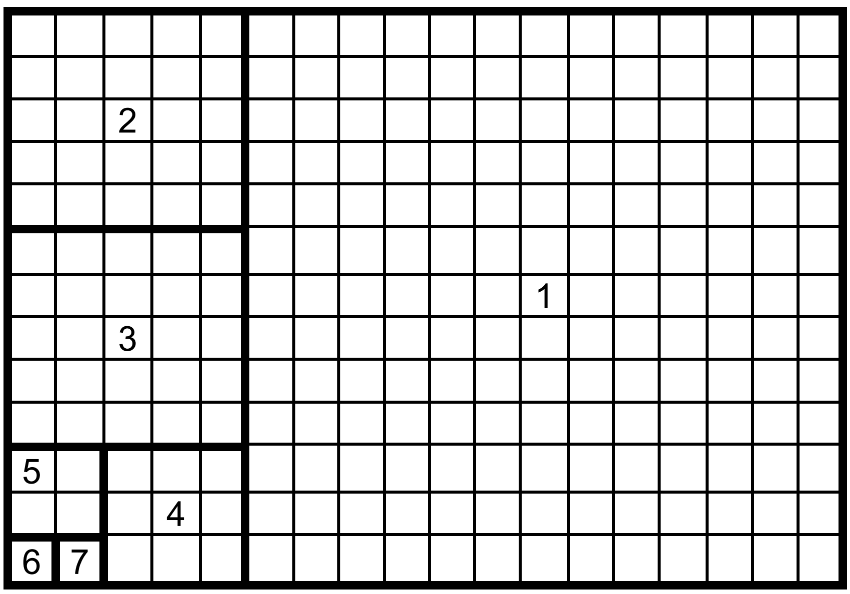
Beweis: Bei einem 19 x 12 - Rechteck kann Quadrato nacheinander 7 Quadrate in 5 Größen mit jeweils einem Schnitt abschneiden:



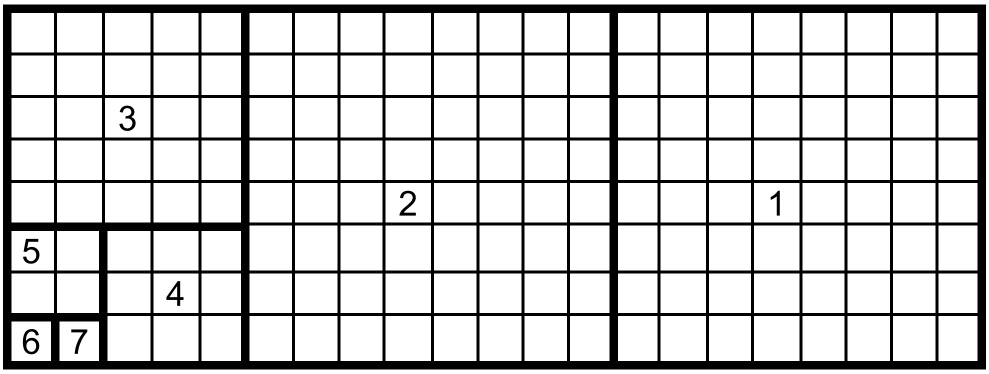
Bei einem 19 x 11 - Rechteck kann Quadrato nacheinander 7 Quadrate in 5 Größen mit jeweils einem Schnitt abschneiden:



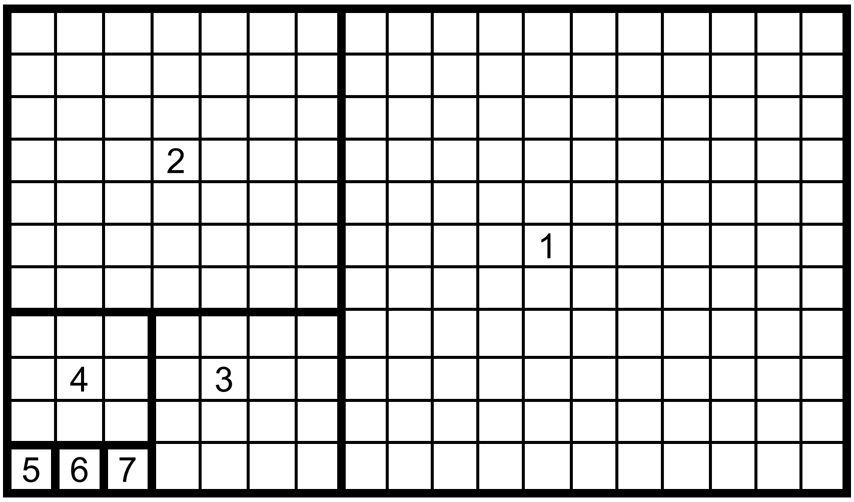
Bei einem 18 x 13 - Rechteck kann Quadrato nacheinander 7 Quadrate in 5 Größen mit jeweils einem Schnitt abschneiden:



Bei einem 21 x 8 - Rechteck kann Quadrato nacheinander 7 Quadrate in 5 Größen mit jeweils einem Schnitt abschneiden:



Bei einem 18 x 11 - Rechteck kann Quadrato nacheinander 7 Quadrate in 5 Größen mit jeweils einem Schnitt abschneiden:



Aufgabe 3c – Antwortsatz: Wenn du das Abschneiden der Quadrate ausprobierst, erhältst du einen immer kleiner werdenden Streifen, von dem du wieder ein Quadrat abschneiden kannst. Ob du aber so genau schneiden und messen kannst, dass das übrigbleibende Stück wirklich ein Quadrat ist?

Ohne Abschneiden geht es, wenn du die Größe des Blattes ermittelst und dann die Größe des übrigbleibenden Stücks berechnest.

Vielleicht ist dein Blatt 30 cm x 21 cm groß? Dann kannst du folgende 5 Quadrate berechnen: 21 x 21, 9 x 9, 9 x 9, 3 x 3, 3 x 3 und es bleibt 3 x 3 übrig.

Vielleicht hast du genauer gemessen und dein Blatt ist 297 mm x 210 mm groß? Dann kannst du folgende 10 Quadrate berechnen: 210 x 210, 87 x 87, 87 x 87, 36 x 36, 36 x 36, 15 x 15, 15 x 15, 6 x 6, 6 x 6, 3 x 3 und es bleibt 3 x 3 übrig.

Immer wenn die gemessene Länge und die Breite deines Blattes eine ganze Zahl ist, wird am Ende ein Quadrat übrigbleiben! Probiere doch einfach noch einige Beispiele.

****

Kreisa bedankt sich für die vielen Tipps! *„Kästchen auszählen“* kann nützlich sein. Aber wenn die Kästchen selbst keine Quadrate sind oder am Rand die Kästchen nicht vollständig zu sehen sind, funktioniert dieser Tipp nicht. *„Mit einem Zirkel“* ist es auch möglich, aber ohne Lineal sicherlich kompliziert. Am Einfachsten: *„Falte das Papier“* so, dass die linke kurze Seite genau auf der oberen langen Seite zum Liegen kommt.