

(Hinweis: Die Lösungshinweise werden namentlich adressiert für die Hand des Schülers formuliert. Die Punkttabelle wird individuell ausgefüllt.)

Hallo «Vorname»,

toll, dass du an der 1. Runde des diesjährigen LOGO-Korrespondenzzirkels teilgenommen hast. Darüber haben wir uns sehr gefreut.

Bei der Punktevergabe wurde nicht nur das richtige Ergebnis im Antwortsatz bewertet. Auch für die Herleitung, die Begründung oder die Probe wurden Punkte vergeben.

Bewertung	Teil A				Teil B			
	A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3	B4
Deine Punktzahl	«A1»	«A2»	«A3»	«A4»	«B1»	«B2»	«B3»	«B4»
Mögliche Punktzahl	2	2	3	3	3	2	2	3

Du hast insgesamt **«G1» Punkte** von 20 möglichen Punkten erreicht!

G1 10 bis 14 Punkte: ein gutes Ergebnis
15 bis 19 Punkte: ein sehr gutes Ergebnis
20 Punkte: ein tolles Ergebnis

Vergleiche nun deine Lösungen mit den folgenden Hinweisen.

LOGO – Runde 1: **Mit dem Fahrrad unterwegs** (Teil A)

Aufgabe 1.

Antwortsatz: Herr Raute fuhr 4 Kilometer an der Spitze.

Herleitung: Quadrato fuhr 1 km vorn. Weil Frau Dreieck doppelt so weit vorn fuhr wie Quadrato, fuhr Frau Dreieck 2 km vorn. Kreisa fuhr genauso weit vorn wie Frau Dreieck, also auch 2 km.

Zusammen fahren die drei ($1 + 2 + 2 =$) 5 km vorn.

Der Rest der Strecke beträgt ($9 - 5 =$) 4 km.

Aufgabe 2.

Antwortsatz: Quadrato gewann die Wettfahrt, Frau Dreieck wurde Letzte. Herr Raute wurde Zweiter, Kreisa wurde Dritte.

Herleitung: Frau Dreieck hat die Wettfahrt nicht gewonnen, weil sie erst nach Kreisa ins Ziel kam. Weil Quadrato schneller als Kreisa war und vor Herrn Raute ins Ziel kam, gewann somit Quadrato diese Wettfahrt.

Weil Kreisa Herrn Raute nicht überholen konnte, wurde Herr Raute Zweiter vor Kreisa. Letzte wurde Frau Dreieck, weil sie erst nach Kreisa ins Ziel kam.

Lösungsvariante: Wir schreiben die vier Aussagen anders auf, sodass die Formulierungen sehr ähnlich klingen:

Quadrato war schneller als Kreisa.

→ (1) Quadrato kam vor Kreisa ins Ziel.

Als Herr Raute ins Ziel kam, war Quadrato schon da.

→ (2) Quadrato kam vor Herrn Raute ins Ziel.

Frau Dreieck erreichte das Ziel erst nach Kreisa.

→ (3) Kreisa kam vor Frau Dreieck ins Ziel.

Kreisa schaffte es nicht, Herrn Raute zu überholen.

→ (4) Herr Raute kam vor Kreisa ins Ziel.

Wir ordnen jetzt die neuen Aussagen so, dass wir die Reihenfolge ablesen können (2) – (4) – (3).

Lösungsvariante: Wir verwenden die Anfangsbuchstaben der Namen als Abkürzungen und schreiben statt neu formulierter Sätze Ungleichungen:

(1) $Q < K$; (2) $Q < R$; (3) $K < D$; (4) $R < K$

Daraus kannst du $Q < R < K < D$ ablesen.

Aufgabe 3

Antwortsatz a) Es gibt 24 Möglichkeiten.

Begründung: Wir kürzen die Namen wieder mit ihren Anfangsbuchstaben ab D, K, Q, R (du kannst auch die geometrischen Figuren als Abkürzung verwenden) und schreiben alle Möglichkeiten auf.

DKQR	DKRQ	DQKR	DQRK	DRKQ	DRQK
KDQR	KDRQ	KQDR	KQRD	KRDQ	KRQD
QDKR	QDRK	QKDR	QKRD	QRDK	QRKD
RDKQ	RDQK	RKDQ	RKQD	RQDK	RQKD

Um wirklich alle Möglichkeiten zu finden, musst du beim Aufschreiben systematisch vorgehen. So stehen in der ersten Zeile alle Möglichkeiten, bei denen Frau Dreieck vorn fährt, usw.

Antwortsatz b) Es gibt 6 Möglichkeiten.

Wir streichen in der Übersicht in der Lösung zu Aufgabe a) alle Möglichkeiten, bei denen am Ende kein R steht. Es bleiben 6 Möglichkeiten übrig.

DKQR	DKRQ	DQKR	DQRK	DRKQ	DRQK
KDQR	KDRQ	KQDR	KQRD	KRDQ	KRQD
QDKR	QDRK	QKDR	QKRD	QRDK	QRKD
RDKQ	RDQK	RKDQ	RKQD	RQDK	RQKD

Antwortsatz c) Es gibt 12 Möglichkeiten.

Wir streichen in der Übersicht in der Lösung zu Aufgabe a) alle Möglichkeiten, bei denen zwischen Q und K oder zwischen K und Q andere Buchstaben stehen. Es bleiben 12 Möglichkeiten übrig.

DKQR	DKRQ	DQKR	DQRK	DRKQ	DRQK
KDQR	KDRQ	KQDR	KQRD	KRDQ	KRQD
QDKR	QDRK	QKDR	QKRD	QRDK	QRKD
RDKQ	RDQK	RKDQ	RKQD	RQDK	RQKD

Statt eine Möglichkeit zu streichen, kannst du auch in der Übersicht in der Lösung zu Aufgabe a) die passenden Möglichkeiten farbig markieren.

Beachte: Die Bedingung „Quadrato und Kreisa fahren direkt hintereinander“ ist erfüllt, wenn Quadrato direkt vor Kreisa fährt, aber auch, wenn Kreisa direkt vor Quadrato fährt.

Lösungsvariante:

a) Zuerst entscheiden wir, wer vorn fahren darf – dafür gibt es 4 Möglichkeiten: Frau Dreieck, Herr Raute, Kreisa oder Quadrato.

Nun entscheiden wir, wer von den anderen drei an zweiter Stelle fährt – dafür gibt es noch 3 Möglichkeiten (für die Spitze ist ja einer bereits eingeteilt).

Nun entscheiden wir, wer von den verbleibenden zwei an dritter Stelle fährt – dafür gibt es noch 2 Möglichkeiten. Wer übrig bleibt, fährt am Schluss.

Insgesamt gibt es also $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ Möglichkeiten.

b) An letzter Stelle fährt Herr Raute. Wir müssen also nur noch drei Plätze aufteilen.

Zuerst entscheiden wir, wer vorn fahren darf – dafür gibt es 3 Möglichkeiten (Frau Dreieck, Kreisa oder Quadrato).

Nun entscheiden wir, wer von den anderen drei an zweiter Stelle fährt – dafür gibt es noch 2 Möglichkeiten. Wer übrig bleibt, fährt an dritter Stelle.

Insgesamt gibt es also $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ Möglichkeiten.

c) Wir stellen fest, dass unter diesen Bedingungen Kreisa und Quadrato als Geschwister-Gruppe fahren. Wir suchen also die Anzahl der Möglichkeiten der Reihenfolge für Frau Dreieck, Herr Raute und die Geschwister-Gruppe. Dafür gibt es 6 Möglichkeiten, weil wir es wie in Teilaufgabe b) ermitteln können.

Nun wissen wir aber, dass es in der Geschwister-Gruppe 2 Reihenfolgen gibt (K vor Q und Q vor K). Also müssen wir die Anzahl der Reihenfolgen noch mit 2 multiplizieren: Insgesamt gibt es $2 \cdot 6 = 12$ Möglichkeiten.

Aufgabe 4.

Wir suchen alle Auswahlen von drei Ziffern, die zusammen in der Summe 13 ergeben. Wir achten darauf, dass in jeder Gleichung jede Ziffer nur einmal auftritt. Die Reihenfolge der Ziffern ist bei der Addition egal, also schreiben wir zuerst den größten Summanden, dann den zweitgrößten Summanden und als dritten den kleinsten Summanden auf. Wir finden 10 Möglichkeiten, die Zahl 13 als Summe von drei Ziffern aufzuschreiben

$$9 + 4 + 0 = 13 \quad 9 + 3 + 1 = 13 \quad 8 + 5 + 0 = 13 \quad 8 + 4 + 1 = 13$$

$$8 + 3 + 2 = 13 \quad 7 + 6 + 0 = 13 \quad 7 + 5 + 1 = 13 \quad 7 + 4 + 2 = 13$$

$$6 + 5 + 2 = 13 \quad 6 + 4 + 3 = 13$$

Weitere Möglichkeiten gibt es nicht, denn wenn die größte Ziffer 5 ist, kann die Summe nicht größer als $5 + 4 + 3 = 12$ werden. Nun prüfen wir die Differenz zwischen dem größten und kleinsten Summanden:

$$\begin{array}{cccc}
 9 - 0 = 9 & 9 - 1 = 8 & 8 - 0 = 8 & 8 - 1 = 7 \\
 8 - 2 = 6 & 7 - 0 = 7 & 7 - 1 = 6 & 7 - 2 = 5 \\
 6 - 2 = 4 & 6 - 3 = 3 & &
 \end{array}$$

Nur bei der Auswahl 7, 4, 2 ist diese Differenz $7 - 2 = 5$. Die Auswahl ist also eindeutig. Weil wir alle Summen und Differenzen ausrechneten, haben wir geprüft, dass alle Bedingungen erfüllt sind.

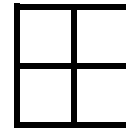
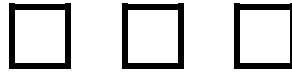
Wie viele richtig bemerkt haben, ist der Zahlencode aber nicht eindeutig, denn dabei kommt es ja noch auf die Reihenfolge der Ziffern an. Dafür gibt es $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ Möglichkeiten: 247, 274, 427, 472, 724, 742.

Lösungsvariante: Wir suchen zuerst zwei Ziffern, deren Differenz 5 ist. Wir prüfen dann, welche dritte Ziffer für die Summe 13 passt. Wir beginnen mit der kleinsten möglichen Ziffer.

Kleinste Ziffer	Größte Ziffer mit Differenz 5	Dritte Ziffer mit Summe 13	Hinweis
0	5	8	Dritte Ziffer ist größer als die größte Ziffer
1	6	6	Zwei Ziffern sind gleich
2	7	4	Erfüllt die Bedingungen
3	8	2	Dritte Ziffer ist kleiner als die kleinste Ziffer
4	9	0	Dritte Ziffer ist kleiner als die kleinste Ziffer.

Nur für die Auswahl 2, 4, 7 sind alle Bedingungen der Aufgabe erfüllt.

Aufgabe 1. Im Aufgabentext waren Beispiele dargestellt. Daran konntest du erkennen, dass die vollständigen Quadrate zusammenhängend sein durften oder auch getrennt stehen konnten.



a) 11 Legestäben:
3 vollständige Quadrate

b) 12 Legestäben
3 vollständige Quadrate

oder 4 vollständige Quadrate

Aufgabe 1c) Mit 9 Legestäbchen kann Quadrato keine vollständigen Quadrate legen. Für zwei Quadrate benötigt er 7 oder 8 Legestäbchen. In der linken Abbildung kann er mit weiteren 2 Legestäbchen kein vollständiges Quadrat erreichen. Auch in der rechten Abbildung kann er mit 1 weiteren Legestäbchen kein vollständiges Quadrat erreichen.



7 Legestäben



8 Legestäbchen

So ist vollständig begründet, dass es mit 9 Legestäbchen nicht gelingt. Zur Kontrolle kannst du zusätzlich probieren, wie viele Legestäbchen Quadrato für drei vollständige Quadrate benötigt: 10, 11 oder 12 Legestäben. Das sind immer mehr als 9 Legestäbchen.



10 Legestäbchen

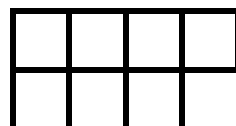
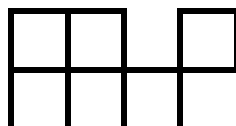
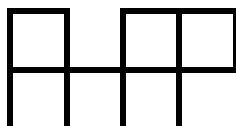


11 Legestäben

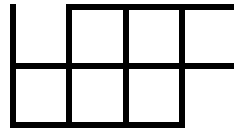
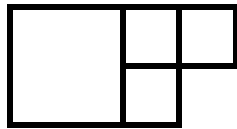


12 Legestäbchen

Aufgabe 2. Es gibt drei Möglichkeiten, jeweils ein Legestäbchen zu entfernen, sodass immer noch vollständige Quadrate zu sehen sind:



Es ist nicht richtig, innere Legestäbchen zu entfernen: Es müssten gleich 4 Legestäbchen entfernt werden und das entstehende Quadrat wird größer als die anderen Quadrate (linke Abbildung). Legestäbchen, die am Rand an anderer Stelle entfernt werden, führen zu unvollständigen Quadraten (rechte Abbildung).



Wenn auf dem Aufgabenblatt stand, dass die Ausgangsfigur 21 Legestäbchen zeigt, gibt es zwei Möglichkeiten:

- (1) Quadrato hat sich verzählt, denn es sind nur 20 Legestäbchen zu sehen. Das ist schade, die Aufgabe kann aber wie beschrieben gelöst werden.
- (2) Quadrato hat an einer Stelle zwei Legestäbchen übereinander gelegt. Das ist nicht regelgerecht, aber du kannst dieses zusätzliche Legestäbchen entfernen und es bleiben vollständige Quadrate zu sehen.

Aufgabe 3. Quadrato kann entsprechend der Spielregeln keines der drei Legestäbchen entfernen, die in die rechte Hälfte der Figur zeigen, denn sie gehören nicht mehr zu einem vollständigen Quadrat.

Entfernt dagegen Quadrato ein anderes Legestäbchen in der linken Hälfte der Figur (gestrichelt gezeichnet), bleibt immer ein vollständiges Quadrat übrig (grau ausgefüllt). Kreisa kann also noch ein Legestäbchen entfernen. Danach ist aber kein vollständiges Quadrat mehr zu sehen – Quadrato hat gewonnen.

Quadrato hat also 6 Möglichkeiten, ein anderes Legestäbchen zu entfernen, um das Spiel zu gewinnen.

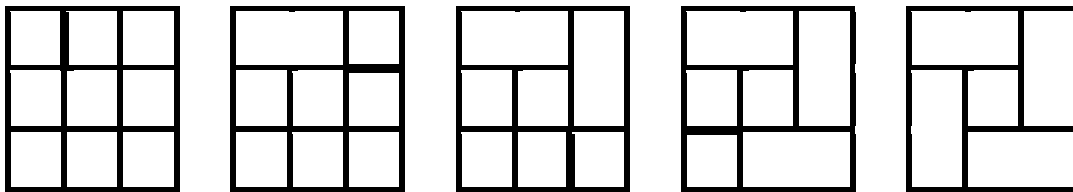
Es genügt bei dieser Aufgabenstellung, ein Beispiel anzugeben.



Aufgabe 4.

Antwortsatz a) Es müssen mindestens 5 Legestäbchen entfernt werden, damit der Sieger feststeht.

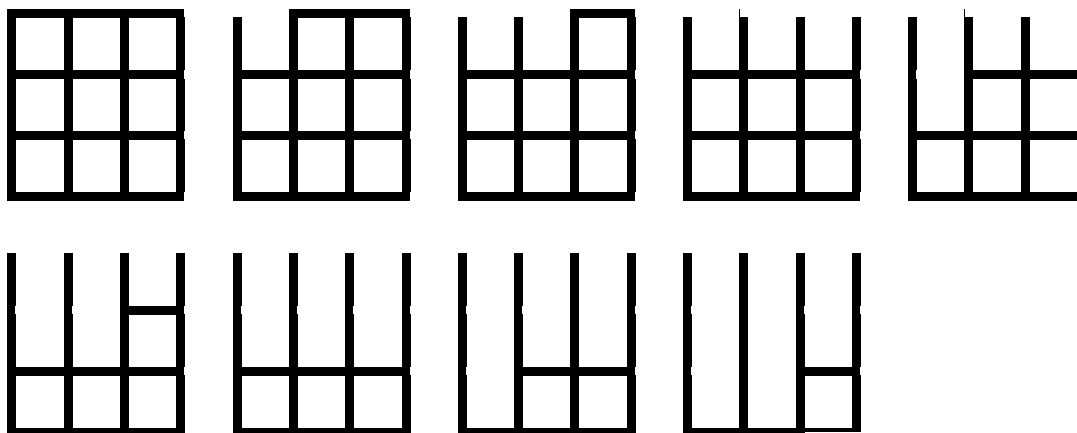
Begründung: Durch Angabe eines Spielverlaufes wird das Ergebnis bestätigt. Du kannst die Lösung durch Probieren finden. Aber weil du am Anfang 9 kleine Quadrate siehst und du durch Wegnahme eines Legestäbchen höchstens 2 Quadrate gleichzeitig zerstörst, bleibt nach 4 entfernten Legestäbchen mindestens ein vollständiges Quadrat übrig.



Natürlich steht der Sieger auch schon nach 4 entfernten Legestäbchen fest, denn dann gibt es nur noch ein vollständiges Quadrat, das mit dem nächsten zu entfernenden Legestäbchen zerstört wird.

Antwortsatz b) Es können höchstens 9 Legestäbchen entfernt werden, dann steht der Sieger fest.

Begründung: Durch Angabe eines Spielverlaufes wird das Ergebnis bestätigt. Du kannst die Lösung durch Probieren finden. Aber weil du am Anfang 9 kleine Quadrate siehst und durch Wegnahme eines Legestäbchen immer ein Quadrat zerstört wird, können nach 9 entfernten Legestäbchen keine vollständigen Quadrate mehr übrig sein.



Natürlich steht der Sieger auch schon nach 8 entfernten Legestäbchen fest, denn dann gibt es nur noch ein vollständiges Quadrat, das mit dem nächsten zu entfernenden Legestäbchen zerstört wird.