Hallo,
(Hinweise: Die Lösungshinweise wurden in namentlich persönlicher Ansprache verfasst.)

toll, dass du an der 3. Runde des diesjährigen LOGO-Korrespondenzzirkels teilgenommen hast. Darüber habe ich mich sehr gefreut.

Bei der Punktevergabe wurde nicht nur das richtige Ergebnis im Antwortsatz bewertet. Auch für die Herleitung, die Begründung oder die Probe wurden Punkte vergeben.

Bewertung	**Teil A**				**Teil B**			
	A1	**A2**	**A3**	**A4**	**B1**	**B2**	**B2**	**B3**
Deine Punktzahl								
Mögliche Punktzahl	**3**	**3**	**3**	**3**	**1**	**1**	**2**	**2**

Du hast insgesamt ... **Punkte** von 20 möglichen Punkten erreicht! Das ist ein gutes (10-14 Punkte)/sehr gutes (15-19 Punkte)/tolles (20 Punkte) Ergebnis!

Ich wünsche dir weiterhin viel Spaß und Erfolg beim Knobeln und Rechnen.

Es grüßt dich herzlich

N. Bitterlich

Norman Bitterlich

Vergleiche nun deine Lösungen mit den folgenden Hinweisen!

LOGO – Runde 3: **So viele Blumen** (Teil A)

Aufgabe 1. ***Antwortsatz:*** Es gibt zwei Möglichkeiten. Frau Dreieck kann 48 Zwiebeln oder 60 Zwiebeln gesteckt haben. (Es genügt, wenn du eine der beiden Lösungen gefunden hast.)

Herleitung: Weil Frau Dreieck ein größeres Beet hat, kannst du das Beet durch Einfügen von Spalten oder Zeilen zu vergrößern. Dabei stellst du fest:

Variante 1: Wenn eine Spalte eingefügt wird, erhöht sich die Anzahl der äußeren Felder (rote Tulpen) um 2, die Anzahl der inneren Felder (gelbe Tulpen) um 3. In einer Tabelle, die mit 6 Spalten wie in der Aufgabenstellung beginnt, kannst du nun untersuchen, wie sich die Anzahl der roten und gelben Tulpen verändert. Bei 12 Spalten (und 5 Zeilen) stimmen die Anzahlen der roten und gelben Tulpen überein.

Anzahl Spalten	6	7	8	9	10	11	**12**
rote Tulpen	18	20	22	24	26	28	**30**
gelbe Tulpen	12	15	18	21	24	27	**30**

In der Tabelle ist die Probe bereits enthalten, aber rechne trotzdem noch einmal nach: Von den $12 \cdot 5 = 60$ Feldern sind im Inneren $10 \cdot 3 = 30$ Felder weiß (gelbe Tulpen). Somit sind 60 – 30 = 30 Felder grau (rote Tulpen).

Variante 2: Wenn eine Zeile eingefügt wird, erhöht sich die Anzahl der äußeren Felder (rote Tulpen) um 2, die Anzahl der inneren Felder (gelbe Tulpen) um 4. In einer Tabelle, die mit 5 Zeilen wie in der Aufgabenstellung beginnt, kannst du nun untersuchen, wie sich die Anzahl der roten und gelben Tulpen verändert. Bei 8 Zeilen (und 6 Spalten) stimmen die Anzahlen der roten und gelben Tulpen überein.

Anzahl Zeilen	5	6	7	**8**
rote Tulpen	18	20	22	**24**
gelbe Tulpen	12	16	20	**24**

Auch in dieser Tabelle ist die Probe bereits enthalten, aber rechne trotzdem noch einmal nach: Von den $8 \cdot 6 = 48$ Feldern sind im Inneren $6 \cdot 4 = 24$ Felder weiß (gelbe Tulpen). Somit sind 48 – 24 = 24 Felder grau (rote Tulpen).

Hinweis: Es gibt keine weiteren Möglichkeiten. Zwar könnte es noch bei abwechselnden Einfügen von Spalten und Zeilen weitere Lösungen geben. Aber das ist nicht der Fall – auch wenn wir es hier nicht untersucht haben.

****

Aufgabe 2. ***Antwortsatz:*** Herr Raute hat einen Strauß gelbe Tulpen, drei Sträuße rote Tulpen und einen Strauß Narzissen gekauft.

Probe: Herr Raute hat mit den 5 Sträußen insgesamt $(1 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 1 \cdot 7 =)$ 26 Blumen gekauft. Weil er zwei Blumen davon beiseite legen musste, blieben ihm 24 Blumen. Diese konnte er zu 3 Sträußen mit jeweils (24 : 3 =) 8 Blumen binden.

Herleitung: Herr Raute kaufte von jeder Sorte mindestens einen Strauß. Also kaufte er mindestens (4 + 5 + 7 =) 16 Blumen. Probiere nun in einer Tabelle alle Möglichkeiten, wie viele Blumen mit zwei weiteren Sträußen dazu kommen können:

bereits gekauft	gelbe Tulpen	rote Tulpen	Narzissen	Summe	Summe – 2
16	4 + 4	0	0	24	22
16	4	5	0	25	23
16	4	0	7	27	25
16	**0**	**5 + 5**	**0**	**26**	**24**
16	0	5	7	28	26
16	0	0	7 + 7	30	28

Nur in einem Fall ist der Anzahl der verbleibenden Blumen durch 3 teilbar. Herr Raute kaufte also von jeder Sorte einen Strauß und zwei weitere Sträuße mit roten Tulpen.

****

Aufgabe 3. ***Antwortsatz:*** 32 Blumen füllten die Vase.

Probe: Da Kreisa genauso viele Blumen pflückte wie Frau Dreieck, Herr Raute und Quadrato zusammen, pflückte Kreisa (32 : 2 =) 16 Blumen. Frau Dreieck pflückte halb so viel, also (16 : 2 =) 8 Blumen. Herr Raute pflückte halb so viele Blumen wie Frau Dreieck, also (8 : 2 =) 4 Blumen. Und Quadrato pflückte 4 Blumen.

Kreisa pflückte genauso viele Blumen wie Frau Dreieck, Herr Raute und Quadrato zusammen, (8 + 4 + 4 = 16 Blumen).

Herleitung – Variante 1: Aufgaben dieses Typs kannst du immer durch systematisches Probieren lösen. Trage dazu die Anzahl der Blumen, die sich bei deinen Versuchen ergeben, in einer Tabelle ein. Laut Aufgabentext weißt du: Kreisa pflückte doppelt so viele Blumen wie Frau Dreieck. Frau Dreieck pflückte doppelt so viele Blumen wie Herr Raute.

Also pflückte Herr Raute am wenigsten Blumen von diesen drei, sodass du deine Versuche mit der Blumenanzahl von Herrn Raute starten kannst.

Quadrato	Herr Raute	Frau Dreieck	Kreisa	Herr Raute, Frau Dreieck, Quadrato zusammen	Vergleich
4	1	2	4	7	4 < 7
4	2	4	8	10	8 < 10
4	3	6	12	13	12 < 13
4	**4**	**8**	**16**	**16**	**16 = 16**
4	5	10	20	19	20 > 19

Nur wenn Kreisa 16 Blumen pflückte, werden die Bedingungen der Aufgabe erfüllt. In der Tabelle kannst du ablesen, dass Frau Dreieck 8 Blumen und Herr Raute 4 Blumen pflückten.

Herleitung – Variante 2: Diese Aufgabe kannst du aber auch mit Gleichungen lösen. Wenn du mit den ersten Buchstaben der Namen die Anzahl der gepflückten Blumen bezeichnest, kannst du folgende Gleichungen entsprechend des Aufgabentextes aufschreiben:

$$K = 2 \cdot D, \quad D = 2 \cdot R, Q = 4,$$
$$K = D + R + Q$$

Nun setzt du die Gleichungen der ersten Zeile in die zweite Zeile ein:

$$2 \cdot D = 2 \cdot R \; + R + 4$$

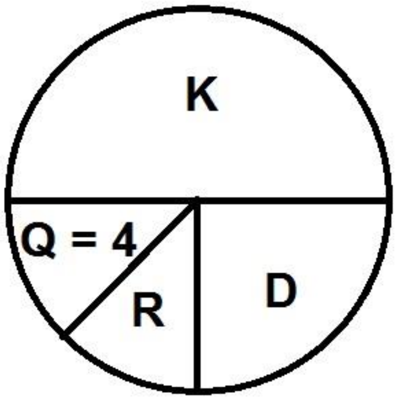
Auch für D kannst du noch einmal eine Gleichung der ersten Zeile einsetzen:

$$2 \cdot (2 \cdot R) = 2 \cdot R \; + R + 4$$

Wenn du alle R zusammenfasst, findest du die Lösung: R = 4. Daraus kannst du nun $D = 2 \cdot 4 = 8$ und $K = 2 \cdot 8 = 16$ berechnen.

Herleitung – Variante 3: Diese Aufgabe kannst du aber auch mit einer Zeichnung lösen. Dazu zerschneiden wir eine Torte in vier Teile, für jeden ein Teil. Jedes Teil soll so groß sein, dass es der Anzahl der gepflückten Blumen entspricht:

Da Kreisa genau so viel erhält wie Frau Dreieck, Herr Raute und Quadrato zusammen, erhält Kreisa eine Hälfte der Torte (Halbkreis).



Kreisa erhält doppelt so viel wie Frau Dreieck, also erhält Frau Dreieck die Hälfte von dem, was Kreisa erhält (Viertelkreis).

Das verbleibende Stück ist genau so groß wie das Stück für Frau Dreieck. Dieses Stück wird halbiert, weil Herr Raute halb so viel wie Frau Dreieck erhält.

Somit erhält Herr Raute genau so viel wie Quadrato. Deshalb weißt du nun, dass Herr Raute ebenfalls 4 Blumen pflückte. Somit haben Frau Dreieck $(2 \cdot 4 =)$ 8 Blumen und Kreisa $(2 \cdot 8 =)$ 16 Blumen gepflückt.

Aufgabe 4. ***Antwortsatz:*** Es gibt zwei Möglichkeiten:

- Entweder stehen Tulpen am häufigsten und Krokusse am wenigsten im Garten
- oder es stehen Krokusse am häufigsten und Tulpen am wenigsten im Garten.

Begründung: Da die Anzahlen der Blumensorten verschieden sind, kannst du die Aussagen von Herrn Raute auch anders formulieren:

> „Es sind mehr Tulpen als Narzissen“ und
> „Es sind mehr Krokusse als Narzissen“.

So hat es auch Quadrato geschätzt. Du musst also nur die Aussagen von Kreisa und Quadrato betrachten. Berücksichtige bei deiner Untersuchung die Feststellung von Frau Dreieck: Jeder gab eine richtige und eine falsche Aussage.

Variante 1: Verwende die Anfangsbuchstaben der Blumennamen als Bezeichnung für die Variable für die Anzahlen der Blumen einer Sorte. Dann kannst du die Aussagen von Kreisa und Quadrato als Ungleichungen aufschreiben.

- Angenommen, die 1. Aussage von Kreisa ist richtig: $N > K$.
- Dann ist aber die 2. Aussage falsch, es gilt also: $T > K$.
  Außerdem muss Quadratos 1. Aussage falsch sein, weil sie der 1. Aussage von Kreisa widerspricht.
- Deshalb ist die 2. Aussage von Quadrato richtig, also: $T > N$.

Aus den drei Ungleichungen ergibt sich die Reihenfolge: $T > N > K$.

Nun musst du aber auch noch die zweite Möglichkeit prüfen.

- Angenommen, die 2. Aussage von Kreisa ist richtig: $K > T$.
- Dann ist aber die 1. Aussage falsch, es gilt also: $K > N$.
- Außerdem muss Quadratos 1. Aussage richtig sein, weil sie das Gegenteil von Kreisas 1. Aussage angibt.
- Deshalb ist die 2. Aussage von Quadrato falsch, also: $N > T$.

Aus den drei Ungleichungen ergibt sich die Reihenfolge: $K > N > T$.

Beide Möglichkeiten sind Lösungen der Aufgabe.

Variante 2:
Angenommen, Narzissen wären am häufigsten zu sehen. Dann sind beide Aussagen von Quadrato falsch. Doch das darf nicht sein. Also können Narzissen nicht am häufigsten sein.

Narzissen können aber auch nicht am wenigsten sein, denn dann wären beide Aussagen von Quadrate richtig. Auch das darf nicht sein.

Es verbleiben noch 2 Möglichkeiten: Entweder sind Tulpen am häufigsten (und damit Krokusse am wenigsten) oder Krokusse am häufigsten (und damit Tulpen am wenigsten).

Bei beiden Möglichkeiten ist jeweils eine Aussage von Kreisa und Quadrato richtig und eine Aussage falsch.

Beide Möglichkeiten sind also Lösungen der Aufgabe.

****

LOGO – Runde 3: **Domino-Memory** (Teil B)

Aufgabe 1. *Antwort:* Es gibt ganz viele Möglichkeiten, Paare von Domino-Steinen zu finden, deren Augensumme insgesamt 12 ergibt,

z.B. 0-0 / 6-6, 0-4 / 3-5, 2-3 / 3-4, 2-2 / 4-4.

Du musst aber darauf achten, dass unter diesen vier Paaren jeder Domino-Stein nur einmal vorkommt. Nicht richtig wäre 0-0 / 6-6, 0-4 / 4-4, 2-3 / 3-4, 2-2 / 4-4, weil der Stein 4-4 dann zweimal benutzt würde.

****

Aufgabe 2. *Antwort:* Wenn regelgerecht gespielt wurde, kann Kreisa sicher sein, dass die verbleibenden 4 Domino-Steine zu zwei Paaren mit der Augensumme 12 passen.

Um ganz sicher zu sein, nimmt sie als erstes die Domino-Steine, an die sie sich erinnern kann. Weil 2-3 und 3-4 die Augensumme 12 ergibt, kann sie das Paar behalten. Anschließend kann sie das andere Paar umdrehen.

Wenn sie einen Domino-Stein der unteren Reihe umdreht, kann sie ausrechnen, ob die Augensumme dieses Steines durch 2-3 oder 3-4 zu 12 ergänzt wird. Dann kann sie den passenden Stein aus der oberen Reihe umdrehen. Lässt sich die Augensumme des umgedrehten Domino-Steins nicht mit einem der oberen Steine zu 12 ergänzen, passt sicher der andere unten liegende Stein.

****

Aufgabe 3. ***Antwort:*** Damit Quadrato bei jedem möglichen Paar von Domino-Steinen die Augensumme 12 findet, müssen alle auf dem Tisch liegenden Domino-Steine die Augensumme 6 haben. Es gibt genau 4 solche Domino-Steine: 0-6, 1-5, 2-4, 3-3.

****

Aufgabe 4. ***Antwort:*** Es müssen 14 Domino-Steine entfernt werden.

Begründung: Zuerst entferne alle Domino-Steine, deren Augensummen größer als 8 sind:

6-6, 6-5, 6-4, 6-3, 5-5, 5-4 (**6 Domino-Steine**).

Doch dies genügt nicht!

Es gibt 3 Domino-Steine mit der Augensumme 8: 6-2, 5-3, 4-4. Dazu passt nur ein Domino-Stein mit der Augensumme 0. Es gibt aber nur einen solchen Stein: 0-0. Also müssen **2 Domino-Steine** mit der Augensumme 8 entfernt werden.

Es gibt 3 Domino-Steine mit der Augensumme 7: 6-1, 5-2, 4-3. Dazu passt nur ein Domino-Stein mit der Augensumme 1. Es gibt aber nur einen solchen Stein: 1-0. Also müssen **2 Domino-Steine** mit der Augensumme 7 entfernt werden.

Es gibt 4 Domino-Steine mit der Augensumme 6: 6-0, 5-1, 4-2, 3-3. Dazu passt nur ein Domino-Stein mit der Augensumme 2. Es gibt aber nur zwei solche Steine: 2-0 und 1-1. Also müssen **2 Domino-Steine** mit der Augensumme 6 entfernt werden.

Es gibt 3 Domino-Steine mit der Augensumme 5: 5-0, 4-1, 3-2. Dazu passt nur ein Domino-Stein mit der Augensumme 3. Es gibt aber nur zwei solche Steine: 3-0 und 2-1. Also muss **1 Domino-Stein** mit der Augensumme 5 entfernt werden.

Es gibt 3 Domino-Steine mit der Augensumme 4: 4-0, 3-1, 2-2. Sie können nur untereinander zu kombiniert werden. Also muss **1 Domino-Stein** mit der Augensumme 4 entfernt werden.

Es müssen (6 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1 =) 14 Domino-Steine entfernt werden.