

Thema 04: Flächenberechnung (Aufgaben)

Hinweis: Oft wird in der Aufgabenstellung (wie bei den folgenden Aufgaben) keine Skizze gezeigt. Es gehört also zur Anforderung, den Text korrekt zu interpretieren und die Aufgabenstellung in einer Zeichnung darzustellen.

Aufgabe 1a - MO451024. In der Mitte des regelmäßigen Achtecks A_1, A_2, \dots, A_8 mit der Seitenlänge a und dem Flächeninhalt A schneiden die acht Diagonalen $\overline{A_1A_3}, \overline{A_2A_4}, \dots, \overline{A_6A_8}, \overline{A_7A_1}, \overline{A_8A_2}$ ein kleineres Achteck B_1, B_2, \dots, B_8 mit der Seitenlänge b und dem Flächeninhalt B aus. Dabei bleibt ein eckiger Ring mit dem Flächeninhalt C übrig.

Beweisen Sie: $B = C \cdot \sqrt{2}$.

Aufgabe 2a - MO331043. Zu einem regelmäßigen Achteck werde ein Quadrat so konstruiert, dass der Mittelpunkt des Achtecks ein Eckpunkt des Quadrats ist und dass zwischen der Seitenlänge a des Achtecks und der Seitenlänge b des Quadrates die Ungleichung $b \geq \frac{4}{3} \cdot a$ gilt. Dann bezeichne F den Flächeninhalt desjenigen Flächenstückes, das dem Achteck und dem Quadrat gemeinsam ist.

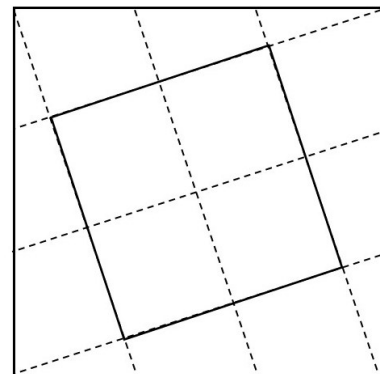
- Man beweise, dass zu gegebenen Achteck für alle Quadrate, die dieser Beschreibung entsprechen, F denselben Wert hat.
- Man ermittle den Flächeninhalt F , formelmäßig durch die Seitenlänge a des Achtecks ausgedrückt.

Aufgabe 3a - MO520923. Für die Seitenlängen $|AB| = a$ und $|BC| = b$ eines Rechteckes $ABCD$ gelte $a > b$. Die Innenwinkel bei A, B, C und D seien mit α, β, γ und δ bezeichnet. Die Winkelhalbierende w_α schneide die Winkelhalbierenden w_β in P und w_δ in Q , und w_γ schneide entsprechend w_δ in R und w_β in S , sodass diese Punkte ein Viereck $PQRS$ bilden.

Bestimmen Sie den Flächeninhalt F des Viereckes $PQRS$ in Abhängigkeit von den Längen a und b .

Aufgabe 4a. Jede Seite eines Quadrates wird in drei gleichlange Stücke geteilt. Die Teilungs- und Eckpunkte der Figur werden in der in der Skizze angegebenen Weise durch Strecken miteinander verbunden. Bestimmen Sie den Flächeninhalt des auf diese Weise im Innern erzeugten Quadrates?

(Verallgemeinerung: Ermitteln Sie den Flächeninhalt, wenn die Quadratseiten in vier, fünf, ..., n gleich lange Stücke geteilt werden?)



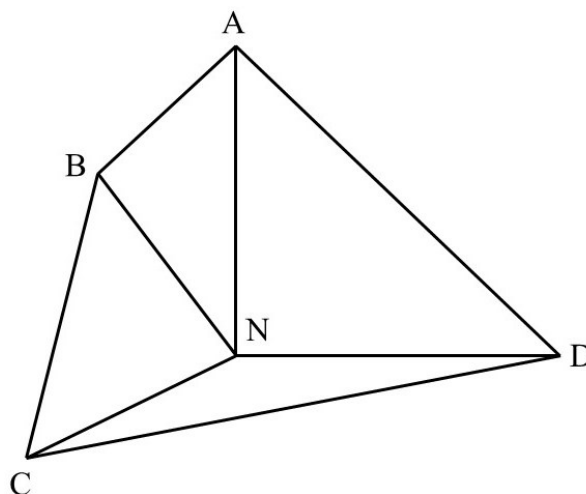
Aufgabe 5a - MO571036. Gegeben ist ein konvexes Viereck $ABCD$ und ein Punkt N in seinem Inneren derart, dass

$$\begin{aligned} |AN| &= |DN| = 8, \\ |BN| &= |CN| = 6, \\ |\sphericalangle DNB| &= |\sphericalangle ANC| = 120^\circ \end{aligned}$$

gilt.

Ermitteln Sie den Flächeninhalt des Vierecks $ABCD$ für $|\sphericalangle ANB| = 30^\circ$.

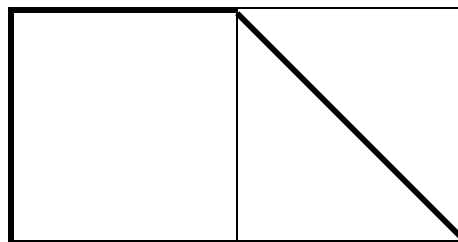
Hinweis: Ein Viereck heißt konvex, wenn beide Diagonalen innerhalb des Vierecks liegen.



Aufgabe 6a - MO581023. Gegeben sind ein Punkt M sowie ein Kreis k um M mit dem Radius r und zwei verschiedene Punkte P und Q mit dem Abstand $x < 2r$, die außerhalb des Kreises liegen. Auf dem Kreis k bilden vier Punkte A, B, C, D in dieser Reihenfolge das Viereck $ABCD$, wobei die Geraden AB, CD und PQ parallel sind und $|AB| = |CD| = |PQ|$ gilt.

- Berechnen Sie den Flächeninhalt des Vierecks $ABCD$ für $r = 13$ cm und $|PQ| = 10$ cm.
- Geben Sie eine allgemeine Formel an, mit welcher der Flächeninhalt des Vierecks $ABCD$ aus r und $x = |PQ|$ berechnet werden kann.

Aufgabe 7a. Zerlegen Sie das Viereck in nebenstehender Abbildung in vier kongruente Teile.



Aufgabe 8a. Zerlegen Sie die Figur in nebenstehender Abbildung in vier kongruente?

